TỦ SÁCH CHINH PHỤC ĐIỂM 9–10 & HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

QUYỂN 3 / 5 • HÌNH HỌC CẢ NĂM KÈM 55 HÌNH VẼ VECTOR SVG

HÌNH HỌC TRỰC QUAN THỰC TẾ & HÌNH HỌC PHẲNG NÂNG CAO

150 Bài Toán Tinh Tuyển (2 Tầng: 9–10 & HSG) + 100 Bài Tự Luyện Đổi Số

Tuyển chọn từ 515 bài hình học đề thi thật 2021 – 2027 • Kiểm định SymPy & SVG 100%

BẢN ĐỌC THỬ MIỄN PHÍ • ĐỦ 5 CHUYÊN ĐỀ (15 BÀI MẪU CÓ HÌNH SVG + 15 TỰ LUYỆN)

BỨT PHÁ TOÀN DIỆN CẢ HAI MẢNG HÌNH HỌC LỚP 6 GDPT 2018

- ✓ **Trọn bộ 250 bài Hình học nâng cao:** 150 bài tinh tuyển giải chi tiết (88 Tầng 1 chốt 9–10 + 62 Tầng 2 HSG Quận/Huyện) và 100 bài tự luyện đổi số kèm Đáp số – Hướng dẫn.
- ✓ **Hệ thống 55 hình vẽ vector SVG trực quan siêu nét:** minh họa chuẩn tỷ lệ từng bài ghép hình, lát gạch, lối đi, trục đối xứng, trung điểm nhiều tầng và bài toán góc – đếm hình.
- ✓ **Kiểm định toán học 100% bằng SymPy (250/250 PASS):** kiểm chứng độc lập từng diện tích, số viên gạch, chi phí, tọa độ trung điểm, góc kim đồng hồ và công thức đếm tổ hợp.

Chuyên đề 1: Chu vi – Diện tích ghép hình nâng cao
Bài 1–30 (30 tinh tuyển + 20 tự luyện)

Chuyên đề 2: Toán thực tế Hình học trực quan: Lát gạch, lối đi & rào lưới
Bài 31–65 (35 tinh tuyển + 20 tự luyện)

Chuyên đề 3: Cắt ghép hình, Tính đối xứng & Suy luận trực quan
Bài 66–85 (20 tinh tuyển + 20 tự luyện)

Chuyên đề 4: Điểm, Đường thẳng, Tia & Trung điểm đoạn thẳng nâng cao
Bài 86–120 (35 tinh tuyển + 20 tự luyện)

Chuyên đề 5: Góc nâng cao & Bài toán Đếm hình tổ hợp
Bài 121–150 (30 tinh tuyển + 20 tự luyện)

BIÊN SOẠN & BẢN QUYỀN

Thầy Thế Anh (ThS. Nguyễn Thế Anh)

Điện thoại / Zalo: **0986 683 218**

Website: **thaytheanh.com** • **vipstudy.vn**

Quét mã QR để nhắn Zalo cho thầy, đăng kí học thử hoặc tham gia Nhóm học tập Toán THCS – hỏi đáp bài tập & nhận bộ đề HSG mới nhất.

Zalo Thầy Thế Anh
0986 683 218

Nhóm học tập Zalo
Quét để tham gia

LỜI NÓI ĐẦU & LỘ TRÌNH CHINH PHỤC HÌNH HỌC TOÁN 6

Các em học sinh, quý phụ huynh và quý thầy cô thân mến,

Trong chương trình Toán 6 GDPT 2018, Hình học được tách thành hai mảng cực kì giàu tính thực tiễn và tư duy: **Hình học trực quan (Học kì 1)** với ghép hình, lát gạch, làm lối đi, rào vườn, đối xứng trục – tâm; và **Hình học phẳng (Học kì 2)** với điểm, đường thẳng, tia, trung điểm đoạn thẳng, góc và các bài toán đếm hình tổ hợp. Đây là mảng chiếm từ **2,5 đến 6 điểm** trong mọi đề kiểm tra định kì và đề thi HSG.

Quyển 3: Hình học trực quan thực tế & Hình học phẳng nâng cao tuyển chọn **250 bài toán (150 tinh tuyển + 100 tự luyện)** từ hơn 515 bài hình học đề thi thật giai đoạn 2021 – 2027, tích hợp **55 hình vẽ vector SVG** chuẩn tỷ lệ, giúp học sinh rèn kĩ năng đọc hình, dựng hình và lập luận chặt chẽ không mất điểm vặt.

Chúc các em yêu thích Hình học, vẽ hình thật chuẩn và trình bày trọn vẹn điểm tối đa!
Thầy Thế Anh

4 NGUYÊN TẮC VÀNG TRÌNH BÀY HÌNH HỌC TRỌN ĐIỂM

1 • Đổi đơn vị trước khi tính
Luôn quy đổi đồng nhất $\mathrm{m}, \mathrm{dm}, \mathrm{cm}$ và đặc biệt nhớ $1\ \mathrm{m}^2 = 100\ \mathrm{dm}^2 = 10\,000\ \mathrm{cm}^2$ trước khi chia diện tích viên gạch.

2 • Chứng minh trung điểm đủ 2 ý
Để khẳng định M là trung điểm AB, bắt buộc chỉ rõ đủ 2 điều kiện: (i) M nằm giữa A và B; (ii) $MA = MB$.

3 • Cẩn thận từ khóa "đường thẳng"
Trên *tia* chỉ có 1 vị trí, nhưng trên *đường thẳng* luôn phải chia 2 trường hợp (cùng phía / khác phía) để không mất nửa số điểm.

4 • Đếm hình không quên cộng bù
Khi có k điểm thẳng hàng trong n điểm, số đường thẳng là $\frac{n(n-1)}{2} - \frac{k(k-1)}{2} + 1$ — tuyệt đối đừng quên $+1$ đường thẳng chung!

QUY ƯỚC PHÂN TẦNG & MỨC ĐỘ ★

Tầng / Mức độ	Kí hiệu	Mục tiêu năng lực & Đối tượng phù hợp
Tầng 1 • Nền tảng 9đ	★☆☆	Bài thực tế diện tích, lát gạch, trung điểm, đếm góc cơ bản chuẩn đề giữa kì & cuối kì.
Tầng 1 • Chốt 9,5–10đ	★★☆	Ghép hình đa giác, lối đi chữ thập/bao quanh, chia 2 trường hợp đường thẳng, đếm đường thẳng có điểm thẳng hàng.
Tầng 2 • Học sinh giỏi	★★★	Đề HSG Quận/Huyện & CLC: mở rộng ao 4 góc, tỉ số diện tích tam giác, cắt ghép & tô màu bất biến, dãy 2^n trung điểm, góc đồng hồ & đếm miền.

MỤC LỤC CHI TIẾT

Lời nói đầu & 4 Nguyên tắc trình bày Hình học 2

CHUYÊN ĐỀ 1. CHU VI – DIỆN TÍCH GHÉP HÌNH NÂNG CAO (30 + 20 bài) 4

A. Phương pháp & B. Bài tập tinh tuyển giải chi tiết (Bài 1 – 30) 5

C. Bài tập tự luyện tương tự & Đáp số – Hướng dẫn (20 bài) 8

CHUYÊN ĐỀ 2. TOÁN THỰC TẾ HÌNH HỌC TRỰC QUAN: LÁT GẠCH, LỐI ĐI & RÀO LƯỚI (35 + 20 bài) 9

A. Phương pháp & B. Bài tập tinh tuyển giải chi tiết (Bài 31 – 65) 10

C. Bài tập tự luyện tương tự & Đáp số – Hướng dẫn (20 bài) 14

CHUYÊN ĐỀ 3. CẮT GHÉP HÌNH, TÍNH ĐỐI XỨNG & SUY LUẬN TRỰC QUAN (20 + 20 bài) 15

A. Phương pháp & B. Bài tập tinh tuyển giải chi tiết (Bài 66 – 85) 16

C. Bài tập tự luyện tương tự & Đáp số – Hướng dẫn (20 bài) 20

CHUYÊN ĐỀ 4. ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG, TIA & TRUNG ĐIỂM ĐOẠN THẲNG NÂNG CAO (35 + 20 bài) 21

A. Phương pháp & B. Bài tập tinh tuyển giải chi tiết (Bài 86 – 120) 22

C. Bài tập tự luyện tương tự & Đáp số – Hướng dẫn (20 bài) 25

CHUYÊN ĐỀ 5. GÓC NÂNG CAO & BÀI TOÁN ĐẾM HÌNH TỔ HỢP (30 + 20 bài) 26

A. Phương pháp & B. Bài tập tinh tuyển giải chi tiết (Bài 121 – 150) 27

C. Bài tập tự luyện tương tự & Đáp số – Hướng dẫn (20 bài) 30

Nhận bản đầy đủ & Học cùng Thầy Thế Anh 32

📌 **Về Bản Đọc Thử Miễn Phí:** Bản đầy đủ gồm **135 trang A4 (150 bài tinh tuyển + 100 bài tự luyện = 250 bài, kèm 55 hình vẽ SVG)**. Bản đọc thử gửi tặng đủ 5 bảng Phương pháp cùng **15 bài mẫu có hình vẽ SVG + 15 bài tự luyện kèm đáp số**.

CHUYÊN ĐỀ 1 / 5 • TRÍCH ĐOẠN ĐỌC THỬ (3 BÀI MẪU + 3 TỰ LUYỆN)

CHUYÊN ĐỀ 1. CHU VI – DIỆN TÍCH GHÉP HÌNH NÂNG CAO (CHỮ NHẬT, VUÔNG, BÌNH HÀNH, THOI, THANG, LỤC GIÁC ĐỀU)

Bài toán chu vi và diện tích các hình phẳng ghép là phần ghi điểm quan trọng nhất của Hình học trực quan Toán 6, xuất hiện đều đặn từ đề kiểm tra học kì đến các đề thi chọn Học sinh giỏi cấp Trường, Quận/Huyện và lớp Chất lượng cao. Chuyên đề này hệ thống hóa đầy đủ 4 nhóm kĩ thuật cốt lõi: công thức tứ giác và lục giác đều, chia hình – bù hình – trừ phần khoét, dời cạnh tính chu vi hình bậc thang/chữ L/chữ U, cùng tỉ số diện tích tam giác và tối ưu chu vi – diện tích trên hình ghép nhiều hình vuông, hình chữ nhật.

A. TÓM TẮT PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH

1. Chu vi & diện tích hình vuông, hình chữ nhật, hình bình hành, hình thoi, hình thang, lục giác đều

- **Hình vuông** cạnh a: $C = 4a$, $S = a^2$. **Hình chữ nhật** chiều dài a, chiều rộng b: $C = 2(a+b)$, $S = a \cdot b$. - **Hình bình hành** hai cạnh a, b, chiều cao ứng với cạnh a là h: $C = 2(a+b)$, $S = a \cdot h$ (lưu ý nếu biết hai chiều cao h_1, h_2 ứng với a, b thì $a \cdot h_1 = b \cdot h_2$). - **Hình thoi** cạnh a, hai đường chéo m, n, chiều cao h: $C = 4a$, $S = \frac{1}{2}m \cdot n = a \cdot h$. - **Hình thang** hai đáy a, b, hai cạnh bên c, d, chiều cao h: $C = a + b + c + d$, $S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$. **Hình lục giác đều** cạnh a: $C = 6a$, gồm 6 tam giác đều bằng nhau cạnh a (hoặc ghép từ 3 hình thoi bằng nhau, hoặc 2 hình thang cân bằng nhau có hai đáy a và $2a$).

2. Kĩ thuật chia hình – bù hình – trừ phần khoét

- **Chia hình (cắt ghép):** Chia hình phức tạp (chữ L, chữ T, chữ U, bậc thang, lục giác) thành các hình chữ nhật, hình thang, hình thoi hoặc tam giác không chồng lên nhau, rồi cộng diện tích các phần. - **Bù hình – trừ phần khoét:** Bao trọn hình cần tính bằng một hình chữ nhật (hoặc hình vuông) lớn, sau đó lấy diện tích hình bao trừ đi diện tích các phần thừa/phần khoét (góc khuyết, lối đi, bồn hoa, các tam giác vuông ở góc). Đặc biệt khi hai lối đi cắt nhau, luôn nhớ **trừ phần giao nhau** một lần để không tính đúp.

3. Kĩ thuật dời cạnh (tịnh tiến biên) tính chu vi hình bậc thang, chữ L, chữ T, chữ U

- **Hình không có rãnh thụt ngược (chữ L, bậc thang, chữ T):** Tịnh tiến các đoạn nằm ngang ra biên trên/dưới và các đoạn thẳng đứng ra biên trái/phải; chu vi hình bằng đúng chu vi hình chữ nhật bao ngoài: $C = 2(L+W)$. - **Hình có rãnh lõm sâu (chữ U, chữ H, hình bị khoét vào giữa cạnh):** Sau khi đẩy cạnh đáy của rãnh lõm ra bằng biên ngoài, **hai thành bên của rãnh** vẫn còn nguyên nên chu vi tăng thêm đúng 2 lần độ sâu d của mỗi rãnh lõm: $C = 2(L+W) + 2d$.

4. Kĩ thuật tỉ số diện tích tam giác & hình ghép nhiều hình vuông, hình chữ nhật

- **Tỉ số diện tích tam giác:** Hai tam giác có cùng chiều cao thì tỉ số diện tích bằng tỉ số hai đáy tương ứng ($\frac{S_1}{S_2} = \frac{a_1}{a_2}$); hai tam giác có cùng đáy thì tỉ số diện tích bằng tỉ số hai chiều cao tương ứng. Đường trung tuyến chia tam giác thành hai tam giác có diện tích bằng nhau. - **Hình ghép đồng dạng & tối ưu cạnh nguyên:** Với hình chữ nhật lớn ghép từ $4, 7, 9$ hình chữ nhật nhỏ giống nhau, chọn chiều rộng x làm đơn vị cơ sở rồi biểu diễn chiều dài y theo x từ cạnh biên khớp nhau. Với bài toán tối ưu: khi tổng $a+b$ không đổi thì tích $a \cdot b$ lớn nhất lúc $a = b$; khi tích $a \cdot b$ không đổi thì tổng $a+b$ nhỏ nhất lúc a và b gần nhau nhất.

B. HỆ THỐNG BÀI TẬP TINH TUYỂN & LỜI GIẢI CHI TIẾT

TẦNG 1: CHỐT ĐIỂM 9 – 10 THI TRƯỜNG & KHẢO SÁT (2 BÀI)

Bài 1 Chu vi và diện tích mảnh đất hình chữ L (dời cạnh & trừ góc khuyết) • Tầng 1 • 9–10đ ★☆☆

Một mảnh đất hình chữ L nằm gọn trong khung hình chữ nhật có chiều dài đáy dưới bằng $24\ \text{m}$ và chiều cao cạnh trái bằng $18\ \text{m}$, bị khuyết ở góc trên bên phải một phần hình chữ nhật có chiều ngang $10\ \text{m}$ và chiều đứng $7\ \text{m}$ (như hình vẽ).

a) Tính chu vi của mảnh đất.

b) Tính diện tích của mảnh đất.



(Nguồn: Đề kiểm tra cuối HK1 Toán 6 năm 2025–2026, Trường THCS Giang Biên (Hà Nội) (mở rộng))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) **Tính chu vi mảnh đất:**

Áp dụng kĩ thuật dời cạnh: tịnh tiến đoạn ngang dài $10\ \text{m}$ lên sát mép trên và đoạn đứng dài $7\ \text{m}$ sang sát mép phải, ta thấy đường bao của mảnh đất hình chữ L có tổng độ dài đúng bằng chu vi hình chữ nhật bao ngoài kích thước $24\ \text{m} \times 18\ \text{m}$.

Do đó chu vi mảnh đất là:

$$C = 2 \cdot (24 + 18) = 2 \cdot 42 = 84\ (\text{m})$$

(Kiểm tra trực tiếp theo 6 cạnh: cạnh trên $= 24 - 10 = 14\ \text{m}$, cạnh phải $= 18 - 7 = 11\ \text{m}$, nên $C = 14 + 7 + 10 + 11 + 24 + 18 = 84\ \text{m}$.)

b) **Tính diện tích mảnh đất:**

Diện tích hình chữ nhật bao ngoài là:

$$S_{\text{bao}} = 24 \cdot 18 = 432\ (\text{m}^2)$$

Diện tích phần góc khuyết hình chữ nhật là:

$$S_{\text{khuyết}} = 10 \cdot 7 = 70\ (\text{m}^2)$$

Diện tích mảnh đất hình chữ L là:

$$S = 432 - 70 = 362\ (\text{m}^2)$$

Vậy chu vi mảnh đất là $84\ \text{m}$ và diện tích mảnh đất là $362\ \text{m}^2$.

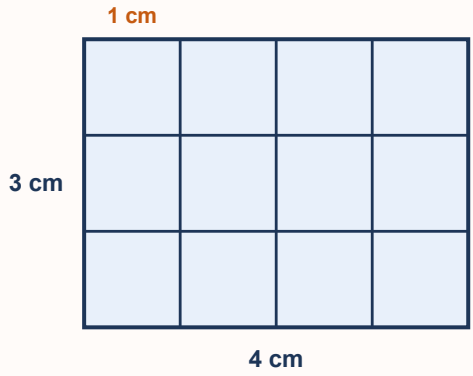
NHẬN XÉT: Một góc khuyết ở đỉnh hình chữ nhật làm **giảm diện tích** nhưng **không làm thay đổi chu vi** so với hình chữ nhật bao ngoài. Học sinh rất hay cộng dư $10 + 7$ vào chu vi bao ngoài — cần nhớ luôn kiểm tra số lượng cạnh thực tế của đa giác.

Bài 18 Đếm hình vuông và tính tổng chu vi tất cả hình vuông trên lưới chữ nhật • Tầng 1 • 9–10đ ★★☆

Cho một hình chữ nhật có chiều dài 4 cm, chiều rộng 3 cm. Chia các cạnh của hình chữ nhật thành những đoạn thẳng bằng nhau dài 1 cm rồi kẻ các đường song song với cạnh tạo thành lưới ô vuông 4×3 (như hình vẽ).

a) Hỏi trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu hình vuông?

b) Tính tổng chu vi của tất cả các hình vuông có trong hình vẽ.



(Nguồn: Đề khảo sát CLB Toán 6 lần 3 năm 2025–2026, Trường THCS Đồi Ngô (Bắc Ninh))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Ta đếm số hình vuông có trong lưới 4×3 theo độ dài cạnh:

- Số hình vuông cạnh 1 cm là: $4 \cdot 3 = 12$ (hình).
- Số hình vuông cạnh 2 cm là: $3 \cdot 2 = 6$ (hình).
- Số hình vuông cạnh 3 cm là: $2 \cdot 1 = 2$ (hình).

Tổng số hình vuông có trong hình vẽ là:

$$12 + 6 + 2 = 20 \text{ (hình vuông)}$$

b) Chu vi của từng loại hình vuông lần lượt là:

- Mỗi hình vuông cạnh 1 cm có chu vi $1 \cdot 4 = 4$ cm.
- Mỗi hình vuông cạnh 2 cm có chu vi $2 \cdot 4 = 8$ cm.
- Mỗi hình vuông cạnh 3 cm có chu vi $3 \cdot 4 = 12$ cm.

Tổng chu vi của tất cả các hình vuông tạo thành là:

$$P = 12 \cdot 4 + 6 \cdot 8 + 2 \cdot 12 = 48 + 48 + 24 = 120 \text{ (cm)}$$

Vậy có tất cả 20 hình vuông và tổng chu vi của chúng bằng 120 cm.

NHẬN XÉT: Quy tắc tổng quát trên lưới $m \times n$ ($m \geq n$): số hình vuông cạnh k ($1 \leq k \leq n$) là $(m - k + 1)(n - k + 1)$. Nhớ phân loại rõ theo từng kích thước cạnh k để vừa không đếm sót, vừa nhân đúng chu vi $4k$.

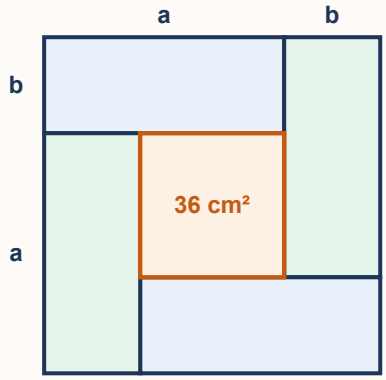
TẦNG 2: VƯƠN TẦM HỌC SINH GIỎI QUẬN/HUYỆN & CLC (1 BÀI)

Bài 19 Ghép 4 hình chữ nhật bằng nhau quanh 1 hình vuông nhỏ ở giữa • Tầng 2 • HSG ★★★

Ghép khít 4 hình chữ nhật có kích thước hoàn toàn như nhau (chiều dài a, chiều rộng b với $a > b$) xoay vòng xung quanh một hình vuông nhỏ ở chính giữa để tạo thành một hình vuông lớn (như hình vẽ). Biết diện tích hình vuông lớn bằng $196\ \text{cm}^2$ và diện tích hình vuông nhỏ ở chính giữa bằng $36\ \text{cm}^2$.

a) Tính chu vi và diện tích của mỗi hình chữ nhật nhỏ.

b) Tính chiều dài a và chiều rộng b của mỗi hình chữ nhật nhỏ.



(Nguồn: Đề thi chọn HSG Toán 6 năm 2024–2025, Trường THCS Cầu Giấy (Hà Nội) (dạng kinh điển CLC))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Vì hình vuông lớn có diện tích $196\ \text{cm}^2$ và $196 = 14^2$ nên độ dài cạnh hình vuông lớn bằng $14\ \text{cm}$.

Quan sát hình ghép, cạnh của hình vuông lớn chính bằng tổng chiều dài và chiều rộng của một hình chữ nhật nhỏ:

$$a + b = 14\ (\text{cm})$$

Do đó chu vi của mỗi hình chữ nhật nhỏ là:

$$C = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot 14 = 28\ (\text{cm})$$

Tổng diện tích 4 hình chữ nhật nhỏ bằng hiệu diện tích hình vuông lớn và hình vuông nhỏ, nên diện tích mỗi hình chữ nhật nhỏ là:

$$S = \frac{196 - 36}{4} = \frac{160}{4} = 40\ (\text{cm}^2)$$

b) Vì hình vuông nhỏ ở chính giữa có diện tích $36\ \text{cm}^2$ và $36 = 6^2$ nên độ dài cạnh hình vuông nhỏ bằng $6\ \text{cm}$.

Quan sát hình ghép, cạnh hình vuông nhỏ chính bằng hiệu giữa chiều dài và chiều rộng của mỗi hình chữ nhật nhỏ:

$$a - b = 6\ (\text{cm})$$

Từ $a + b = 14$ và $a - b = 6$, ta tìm được:

$$a = \frac{14 + 6}{2} = 10\ (\text{cm}), \qquad b = \frac{14 - 6}{2} = 4\ (\text{cm})$$

(Kiểm tra lại: $a \cdot b = 10 \cdot 4 = 40\ \text{cm}^2$, hoàn toàn chính xác!)

Vậy mỗi hình chữ nhật nhỏ có chu vi $28\ \text{cm}$, diện tích $40\ \text{cm}^2$, chiều dài $10\ \text{cm}$ và chiều rộng $4\ \text{cm}$.

NHẬN XÉT: Mô hình **4 hình chữ nhật quanh 1 hình vuông** là minh họa hình học tuyệt đẹp cho hằng đẳng thức $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$. Điểm đặc biệt là chỉ cần biết cạnh hình vuông lớn, ta tính ngay được **chu vi** mỗi hình chữ nhật mà chưa cần biết riêng a và b!

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN TƯƠNG TỰ — ĐỔI SỐ & BIẾN THỂ (3 BÀI)

Bài tự luyện 1.1. (Tương tự Bài 1) Một mảnh vườn hình chữ L nằm trong khung hình chữ nhật dài $28\ \text{m}$, rộng $20\ \text{m}$, bị khuyết ở một góc một hình chữ nhật kích thước $12\ \text{m} \times 9\ \text{m}$. Tính chu vi và diện tích mảnh vườn đó.

Bài tự luyện 1.2. (Tương tự Bài 2) Một tấm bìa hình chữ U nằm trong khung hình chữ nhật kích thước $36\ \text{cm} \times 22\ \text{cm}$, bị khoét ở chính giữa cạnh dài phía trên một rãnh hình chữ nhật rộng $14\ \text{cm}$ và sâu $10\ \text{cm}$. Tính chu vi và diện tích tấm bìa.

Bài tự luyện 1.3. (Tương tự Bài 3) Một bảng hiệu hình chữ T được ghép khít từ thanh ngang phía trên kích thước $20\ \text{dm} \times 5\ \text{dm}$ và thanh dọc gắn chính giữa phía dưới rộng $8\ \text{dm}$, cao $15\ \text{dm}$. Tính chu vi và diện tích bảng hiệu.

ĐÁP SỐ & HƯỚNG DẪN VẮN TẮT — CHUYÊN ĐỀ 1

Bài	Đáp số / Kết luận	Hướng dẫn mấu chốt
Bài 1.1	**Chu vi:** $96\ \text{m}$; **diện tích:** $452\ \text{m}^2$.	Dùng kĩ thuật dời cạnh để suy ra chu vi bằng chu vi hình chữ nhật bao ngoài $28\ \text{m} \times 20\ \text{m}$; diện tích lấy hình bao trừ phần khuyết.
Bài 1.2	**Chu vi:** $136\ \text{cm}$; **diện tích:** $652\ \text{cm}^2$.	Chu vi hình chữ U bằng chu vi hình chữ nhật bao ngoài cộng thêm 2 lần độ sâu rãnh lõm $(+2 \cdot 10)$.
Bài 1.3	**Chu vi:** $80\ \text{dm}$; **diện tích:** $220\ \text{dm}^2$.	Hình chữ T nằm gọn trong khung bao ngoài kích thước $20\ \text{dm} \times (5+15)\ \text{dm}$ không có rãnh thụt ngược.

CHUYÊN ĐỀ 2 / 5 • TRÍCH ĐOẠN ĐỌC THỬ (3 BÀI MẪU + 3 TỰ LUYỆN)

CHUYÊN ĐỀ 2. TOÁN THỰC TẾ HÌNH HỌC TRỰC QUAN: LÁT GẠCH, LỐI ĐI, BỒN HOA, RÀO LƯỚI & TỐI ƯU CHI PHÍ

Các bài toán thực tế gắn với hình học trực quan — lát gạch nền nhà, mở lối đi qua vườn, thiết kế bồn hoa hình thoi, làm hàng rào lưới thép chừa cổng, mở rộng ao vườn hay tối ưu chi phí vật liệu — là mảng kiến thức chiếm tỉ trọng điểm lớn nhất trong đề kiểm tra học kì I chốt điểm 9–10 *và xuất hiện đều đặn trong đề thi Học sinh giỏi Toán 6 cấp Quận/Huyện. Chuyên đề này trang bị cho học sinh tư duy mô hình hóa sắc bén, phòng tránh triệt để các bẫy sai kinh điển (đổi đơn vị diện tích, quên trừ phần giao của lối đi, trừ thiếu* 2 *lần bề rộng viền, nhầm số cọc khi chừa cổng hay bỏ quên điều kiện không cắt gạch), kèm* 11 *hình vẽ vector trực quan,* 35 *bài toán trọng tâm phân bậc và* 20 *bài tập tự luyện có đáp số kiểm chứng.*

A. TÓM TẮT PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH

1. Đổi đơn vị diện tích an toàn ($\text{m}^2 \leftrightarrow \text{dm}^2 \leftrightarrow \text{cm}^2$) & lát gạch không cắt vs có mạch vữa

- **Quy tắc bậc 100 của đơn vị diện tích:** Khi đổi độ dài thì $1\,\text{m} = 10\,\text{dm} = 100\,\text{cm}$, nhưng khi đổi diện tích mỗi bậc liền kề gấp 100 **lần**: $1\,\text{m}^2 = 100\,\text{dm}^2 = 10\,000\,\text{cm}^2$ và $1\,\text{ha} = 10\,000\,\text{m}^2$. Luôn đồng bộ đơn vị (ưu tiên đổi cạnh sân ra cm hoặc cạnh gạch ra m) trước khi nhân chia. - **Lát gạch không cắt, có mạch vữa & mua nguyên thùng:** Nếu **không cắt gạch** hình vuông cạnh a trên sân $L \times W$, bắt buộc a là ước chung của cả L và W (cạnh lớn nhất là $\text{ƯCLN}(L, W)$). Nếu giữa các viên có **mạch vữa / khe cỏ** rộng d (mép sát tường không có mạch), mỗi chiều chứa n viên thỏa mãn $n \cdot a + (n-1)d = L \implies n = \dfrac{L+d}{a+d}$. Khi mua theo thùng/hộp/cuộn mà phép chia có dư, luôn phải **làm tròn lên** số nguyên gần nhất.

2. Bài toán lối đi hình chữ thập, lối đi hình bình hành & lối đi bao quanh

- **Lối đi hình chữ thập** cắt ngang dọc khu vườn $a \times b$ với bề rộng d_1, d_2: Diện tích lối đi là $S_{\text{lối đi}} = a \cdot d_1 + b \cdot d_2 - d_1 \cdot d_2$ (**phải trừ ô giao nhau** $d_1 \cdot d_2$ **ở giữa** để chống tính trùng 2 lần). Mẹo kiểm chứng siêu nhanh: dồn hai lối đi về hai mép vườn, phần đất trồng cây gom lại thành đúng một hình chữ nhật kích thước $(a - d_2) \times (b - d_1)$. - **Lối đi bao quanh & lối đi hình bình hành:** Với lối đi chạy vòng quanh sát 4 cạnh bề rộng đều d, hình chữ nhật lõi bên trong có chiều dài và chiều rộng đều **giảm đi** $2d$ ($a' = a - 2d,\ b' = b - 2d$, tuyệt đối không trừ $1d$). Với lối đi hình bình hành cắt ngang khu vườn, diện tích bằng $\text{đáy} \times \text{chiều cao}$ (chiều cao chính là kích thước cạnh vườn vuông góc với hai đáy, không phụ thuộc độ nghiêng của lối đi).

3. Bài toán làm hàng rào, chừa cổng & trồng cây / đóng cọc khép kín

- **Tính chiều dài lưới rào:** Với hàng rào kín chừa cổng, $L_{\text{rào}} = P_{\text{vườn}} - \text{tổng bề rộng các cổng}$. Đọc thật kĩ các chi tiết thực tế: có cạnh nào **giáp tường nhà có sẵn** (chỉ rào 3 cạnh) hay không, và dây kẽm gai giăng bao nhiêu tầng (k vòng thì nhân k). - **Đóng cọc / trồng cây khép kín vs có cổng:** Trên đường **khép kín** chu vi P chia đều khoảng cách d, số cọc bằng đúng số khoảng: $N = \dfrac{P}{d}$. Khi **chừa 1 cổng rộng c** mà hai mép cổng đều đóng trụ cọc, phần rào trở thành **đường hở** dài $L = P - c$ có cọc ở cả hai đầu mút nên số cọc là $N = \dfrac{P-c}{d} + 1$. Chú ý nghịch lí thú vị: nếu bề rộng cổng $c = d$ (đúng 1 khoảng cọc) thì số cọc không giảm so với rào khép kín!

4. Mở rộng ao/vườn hình vuông – chữ nhật & bài toán tối ưu chi phí vật liệu

- **Mở rộng ao/vườn bằng cắt ghép trực quan:** Để mở rộng ao hình vuông gấp đôi diện tích mà giữ nguyên 4 cây cổ thụ ở 4 góc, dựng hình vuông mới nhận 4 đỉnh cũ làm trung điểm 4 cạnh (ghép thêm 4 tam giác vuông cân ở ngoài bằng đúng 4 tam giác bên trong). Khi mở rộng hình vuông/chữ nhật thêm các dải d_1, d_2, luôn tách phần diện tích tăng thêm thành các hình chữ nhật con cộng thêm **ô hình chữ nhật góc** $d_1 \cdot d_2$. - **Tối ưu chi phí vật liệu & kích thước:** Khi so sánh các phương án vật tư (có khuyến mãi giảm giá $\%$, mua m tặng 1, hay đơn giá nhân công khác nhau), luôn quy về **tổng chi phí trọn gói** (vật tư làm tròn nguyên thùng/cuộn + nhân công). Với bài toán cực trị diện tích/chi phí trên số tự nhiên, dùng quy tắc: hai số dương có tổng không đổi thì tích lớn nhất khi chúng gần nhau nhất; tích không đổi thì tổng nhỏ nhất khi chúng gần nhau nhất.

B. HỆ THỐNG BÀI TẬP TINH TUYỂN & LỜI GIẢI CHI TIẾT

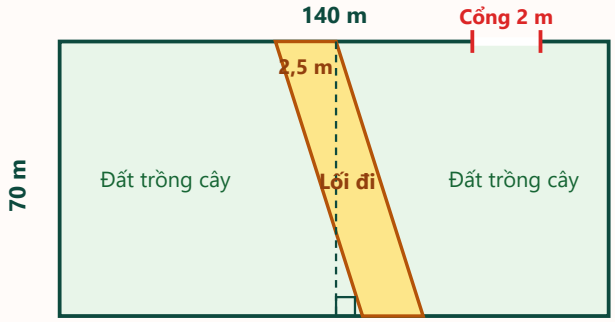
TẦNG 1: CHỐT ĐIỂM 9 – 10 THI TRƯỜNG & KHẢO SÁT (2 BÀI)

Bài 35 Khu vườn hình chữ nhật có lối đi hình bình hành & rào lưới chừa cổng • Tầng 1 • 9–10đ ★☆☆

Nhà bác Mai có một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng $140\ \text{m}$, chiều rộng bằng một nửa chiều dài. Để tiện chăm sóc cây, bác Mai làm một lối đi hình bình hành cắt ngang khu vườn với bề rộng đáy $2{,}5\ \text{m}$ (như hình vẽ).

a) Tính diện tích phần đất còn lại để trồng cây.

b) Bác Mai dùng lưới B40 rào xung quanh vườn, chừa ra $2\ \text{m}$ làm cổng ra vào. Biết giá mỗi mét lưới là $115\,000$ đồng, hỏi bác Mai phải trả bao nhiêu tiền để mua lưới làm hàng rào?



(Nguồn: Đề giao lưu HSG Toán 6 năm 2025–2026, Xã Như Thanh & Trường THCS Nguyễn Du; Phòng GD&ĐT TP Thanh Hóa)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Chiều rộng của khu vườn hình chữ nhật là:

$$140 : 2 = 70\ (\text{m})$$

Diện tích toàn bộ khu vườn là:

$$S_{\text{vườn}} = 140 \cdot 70 = 9800\ (\text{m}^2)$$

Lối đi hình bình hành có cạnh đáy bằng $2{,}5\ \text{m}$ và chiều cao tương ứng chính bằng chiều rộng $70\ \text{m}$ của khu vườn. Do đó diện tích lối đi là:

$$S_{\text{lối đi}} = 2{,}5 \cdot 70 = 175\ (\text{m}^2)$$

Diện tích phần đất còn lại để trồng cây là:

$$S_{\text{còn lại}} = 9800 - 175 = 9625\ (\text{m}^2)$$

b) Chu vi của khu vườn là:

$$P = 2 \cdot (140 + 70) = 420\ (\text{m})$$

Vì chừa $2\ \text{m}$ làm cổng ra vào nên chiều dài lưới B40 cần dùng là:

$$L_{\text{lưới}} = 420 - 2 = 418\ (\text{m})$$

Số tiền bác Mai phải trả để mua lưới là:

$$418 \cdot 115\,000 = 48\,070\,000\ (\text{đồng})$$

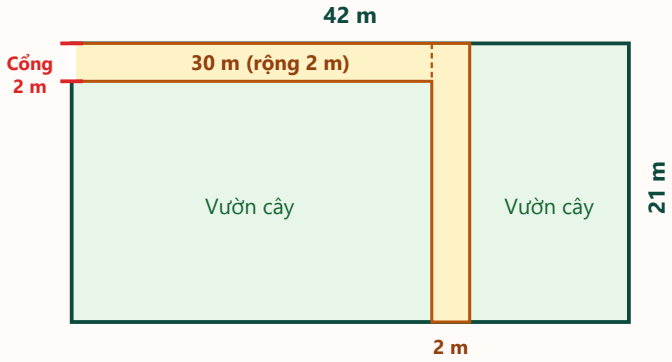
Vậy diện tích phần đất còn lại là $9625\ \text{m}^2$ và bác Mai phải trả $48\,070\,000$ đồng tiền lưới.

NHẬN XÉT: Đây là đề thi xuất hiện lặp lại ở nhiều kì thi HSG Toán 6 Thanh Hóa. Học sinh cần nắm vững: diện tích lối đi hình bình hành chỉ phụ thuộc vào **độ dài đáy** ($2{,}5\ \text{m}$) và **khoảng cách giữa hai cạnh song song** ($70\ \text{m}$), không cần biết độ dài cạnh xiên.

Bài 46 Khu vườn có lối đi hình chữ L & rào lưới B40 chừa đầu lối đi làm cổng • Tầng 1 • 9–10đ ★★☆

Nhà bác Nam có một khu vườn hình chữ nhật chiều dài $42\ \text{m}$ và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Trong khu vườn, bác làm một lối đi hình chữ L rộng đều $2\ \text{m}$ chạy dọc sát mép trên dài $30\ \text{m}$ (bắt đầu từ cạnh trái) rồi rẽ vuông góc chạy thẳng xuống hết cạnh dưới của khu vườn (như hình vẽ). Bác dùng lưới B40 rào xung quanh khu vườn nhưng để trống một đầu lối đi rộng $2\ \text{m}$ ở cạnh trái làm cổng.

Biết chi phí làm hàng rào là $150\,000\ \text{đồng/m}$ và chi phí làm lối đi là $350\,000\ \text{đồng/m}^2$ (đã gồm cả tiền công và vật liệu). Hỏi bác Nam phải trả tổng cộng bao nhiêu tiền?



(Nguồn: Đề khảo sát chất lượng HSG Toán 6 đợt 1 năm 2025–2026, Cụm THCS Lâm – Văn – Kiều (Nghệ An))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Chiều rộng khu vườn hình chữ nhật là:

$$42 : 2 = 21\ (\text{m})$$

Bước 1. Tính diện tích lối đi hình chữ L và chi phí làm lối đi:

Tách lối đi chữ L thành nhánh ngang ($30\,\text{m} \times 2\,\text{m}$) và nhánh dọc ($21\,\text{m} \times 2\,\text{m}$), hai nhánh chồng lấn nhau đúng một hình vuông góc cạnh $2\,\text{m}$ (diện tích $2 \cdot 2 = 4\,\text{m}^2$). Do đó:

$$S_{\text{lối đi}} = 30 \cdot 2 + 21 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 60 + 42 - 4 = 98\ (\text{m}^2)$$

(Kiểm tra bằng cách cắt không chồng lấn: đoạn ngang còn $30 - 2 = 28\,\text{m}$, nên $28 \cdot 2 + 21 \cdot 2 = 56 + 42 = 98\,\text{m}^2$.)

Chi phí làm lối đi là:

$$98 \cdot 350\,000 = 34\,300\,000\ (\text{đồng})$$

Bước 2. Tính chiều dài hàng rào và chi phí làm hàng rào:

Chu vi khu vườn là $2 \cdot (42 + 21) = 126\ (\text{m})$. Trừ đi phần cổng rộng $2\,\text{m}$ ở đầu lối đi, chiều dài hàng rào là:

$$L_{\text{rào}} = 126 - 2 = 124\ (\text{m})$$

Chi phí làm hàng rào là:

$$124 \cdot 150\,000 = 18\,600\,000\ (\text{đồng})$$

Bước 3. Tổng số tiền bác Nam phải trả:

$$34\,300\,000 + 18\,600\,000 = 52\,900\,000\ (\text{đồng})$$

Vậy bác Nam phải trả tổng cộng $52\,900\,000$ đồng.

NHẬN XÉT: Chú ý bẫy trùng diện tích ở góc gấp khúc chữ L: cũng giống lối đi chữ thập, phần giao ở góc chữ L là hình vuông $2 \times 2 = 4\,\text{m}^2$. Nếu cộng $30 \cdot 2 + 21 \cdot 2 = 102\,\text{m}^2$ mà quên trừ $4\,\text{m}^2$ sẽ bị lệch ngay $1\,400\,000$ đồng!

TẦNG 2: VƯƠN TẦM HỌC SINH GIỎI QUẬN/HUYỆN & CLC (1 BÀI)

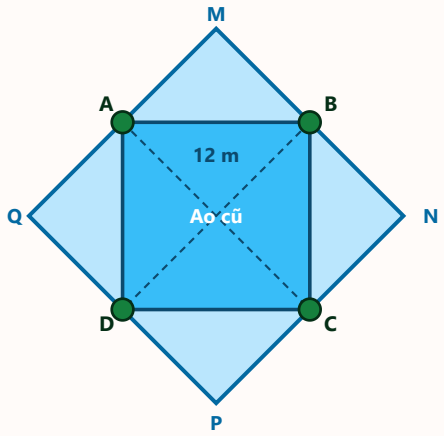
Bài 51 Mở rộng ao hình vuông gấp đôi diện tích giữ nguyên bốn cây cổ thụ ở bốn góc • Tầng 2 • HSG ★★★

Một khu du lịch sinh thái có một cái ao hình vuông $ABCD$ cạnh $12\,\text{m}$, ở bốn góc A, B, C, D có trồng bốn cây cổ thụ quý hiếm không được chặt bỏ. Ban quản lí muốn mở rộng ao thành một ao mới vẫn có dạng **hình vuông** có diện tích **gấp đôi** diện tích ao cũ nhưng giữ nguyên bốn cây cổ thụ ngay sát mép bờ ao (không cây nào bị ngập nước).

a) Trình bày cách vẽ hình vuông mới và giải thích vì sao diện tích ao mới gấp đôi diện tích ao cũ (minh họa như hình vẽ).

b) Tính diện tích ao mới và diện tích phần đất cần đào thêm.

c) Biết chi phí đào mở rộng là $450\,000$ đồng$/\text{m}^2$. Tính tổng chi phí mở rộng ao.



(Nguồn: Đề thi chọn HSG Toán 6 kinh điển, Phòng GD&ĐT Quận Hoàn Kiếm (Hà Nội) & Tuyển tập HSG Toán 6)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) **Cách vẽ và chứng minh:**

- Vẽ hai đường chéo AC và BD của ao hình vuông $ABCD$ cắt nhau tại tâm O. Hai đường chéo chia ao cũ thành 4 tam giác vuông cân bằng nhau: OAB, OBC, OCD, ODA.
- Qua A và C kẻ các đường thẳng song song với BD; qua B và D kẻ các đường thẳng song song với AC. Bốn đường thẳng này cắt nhau tại M, N, P, Q tạo thành tứ giác $MNPQ$.
- Vì $AC \perp BD$ và $AC = BD$ nên $MNPQ$ là **hình vuông** nhận A, B, C, D làm trung điểm bốn cạnh (nhờ đó 4 cây cổ thụ nằm đúng trên 4 bờ ao mới, không bị ngập nước).
- Bốn tam giác mở rộng ở bên ngoài (MAB, NBC, PCD, QDA) đều là các tam giác vuông cân bằng đúng bốn tam giác vuông cân bên trong (OAB, OBC, OCD, ODA). Do đó hình vuông mới $MNPQ$ gồm 8 tam giác bằng nhau, còn hình vuông cũ $ABCD$ gồm 4 tam giác như thế, suy ra:

$$S_{MNPQ} = 2 \cdot S_{ABCD}$$

b) Diện tích ao cũ là:

$$S_{\text{cũ}} = 12 \cdot 12 = 144\ (\text{m}^2)$$

Diện tích ao mới là $S_{\text{mới}} = 2 \cdot 144 = 288\ (\text{m}^2)$, và diện tích phần đất cần đào thêm là:

$$S_{\text{đào thêm}} = 288 - 144 = 144\ (\text{m}^2)$$

c) Tổng chi phí mở rộng ao là:

$$144 \cdot 450\,000 = 64\,800\,000\ (\text{đồng})$$

Vậy diện tích ao mới là $288\ \text{m}^2$, phần đào thêm là $144\ \text{m}^2$ và tổng chi phí là $64\,800\,000$ đồng.

NHẬN XÉT: Một kiệt tác tư duy hình học trực quan! Không cần dùng căn bậc hai ($12\sqrt{2}$), học sinh lớp 6 chỉ cần dựng 4 cạnh song song hai đường chéo và đếm 8 tam giác vuông cân bằng nhau là giải quyết trọn vẹn bài toán.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN TƯƠNG TỰ — ĐỔI SỐ & BIẾN THỂ (3 BÀI)

Bài tự luyện 2.1. (Tương tự Bài 31) Một khoảng sân hình chữ nhật dài $12\ \text{m}$, rộng $6\ \text{m}$ được lát kín bằng gạch vuông cạnh $40\ \text{cm}$ (mạch vữa không đáng kể). Biết giá mỗi viên gạch là $22\,000$ đồng và tiền công lát là $50\,000$ đồng$/\text{m}^2$. Tính số viên gạch cần dùng và tổng chi phí lát sân.

Bài tự luyện 2.2. (Tương tự Bài 32) Một phòng khách hình chữ nhật dài $7{,}5\ \text{m}$, rộng $4{,}5\ \text{m}$ được lát kín bằng gạch men hình vuông cạnh $50\ \text{cm}$ (mạch vữa không đáng kể). Biết gạch đóng thùng 6 viên/thùng với giá $360\,000$ đồng/thùng và chỉ bán nguyên thùng. Hỏi cần mua ít nhất bao nhiêu thùng gạch và hết bao nhiêu tiền?

Bài tự luyện 2.3. (Tương tự Bài 33) Một khoảng sân vườn hình chữ nhật dài $7{,}98\ \text{m}$, rộng $3{,}98\ \text{m}$ được lát bằng các tấm đá hình vuông cạnh $48\ \text{cm}$. Giữa hai tấm đá kề nhau chừa khe trồng cỏ rộng $2\ \text{cm}$ (sát bốn mép tường ngoài cùng không có khe cỏ). Tính số tấm đá cần lát.

ĐÁP SỐ & HƯỚNG DẪN VẮN TẮT — CHUYÊN ĐỀ 2

Bài	Đáp số / Kết luận	Hướng dẫn mấu chốt
Bài 2.1	**Cần 450 viên gạch; tổng chi phí là $13\,500\,000$ đồng.**	Đổi $12\ \text{m} = 1200\ \text{cm}$, $6\ \text{m} = 600\ \text{cm}$, tính số viên theo hàng $\times$ cột rồi cộng tiền gạch với tiền công ($72 \cdot 50\,000$).
Bài 2.2	**Cần mua ít nhất 23 thùng gạch; tổng số tiền là $8\,280\,000$ đồng.**	Tính số viên gạch cần dùng $(750 : 50) \cdot (450 : 50) = 135$ viên, chia cho 6 thấy còn dư nên phải làm tròn lên.
Bài 2.3	**128 tấm đá.**	Đổi sang cm rồi áp dụng công thức $n = (L + d) : (a + d)$ với $a = 48\ \text{cm}$ và $d = 2\ \text{cm}$ cho cả hai chiều.

CHUYÊN ĐỀ 3 / 5 • TRÍCH ĐOẠN ĐỌC THỬ (3 BÀI MẪU + 3 TỰ LUYỆN)

CHUYÊN ĐỀ 3. CẮT GHÉP HÌNH, TÍNH ĐỐI XỨNG (TRỤC ĐỐI XỨNG – TÂM ĐỐI XỨNG) & SUY LUẬN HÌNH HỌC TRỰC QUAN

Tính đối xứng (trục đối xứng, tâm đối xứng) và các bài toán cắt – ghép – lát phủ hình học trực quan là cầu nối tuyệt đẹp giữa tư duy trực quan sinh động với lập luận toán học chặt chẽ trong chương trình Toán 6 mới. Không chỉ xuất hiện đều đặn trong các đề kiểm tra cuối học kì I chốt điểm 9–10 (nhận diện trục/tâm đối xứng của hình phẳng, chữ cái, biển báo giao thông, tính chu vi – diện tích hình đối xứng và bài toán gấp giấy), mảng kiến thức này còn là "mảnh đất vàng" của đề thi Học sinh giỏi Toán 6 cấp Quận/Huyện và trường Chất lượng cao với thuật toán Euclid chia hình chữ nhật thành ít hình vuông nhất, kĩ thuật cắt ghép bảo toàn diện tích và phương pháp bất biến tô màu bàn cờ đen – trắng.

A. TÓM TẮT PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH

1. Bảng tổng hợp số trục đối xứng & tâm đối xứng của mọi hình phẳng chuẩn lớp 6

- **Nhóm có cả trục đối xứng và tâm đối xứng:** Hình tròn (**vô số** trục đi qua tâm, tâm là tâm đường tròn); Hình lục giác đều (6 **trục**: 3 đường chéo chính và 3 đường qua trung điểm hai cạnh đối, tâm là giao các đường chéo chính); Hình vuông (4 **trục**: 2 đường chéo và 2 đường qua trung điểm hai cạnh đối, tâm là giao hai đường chéo); Hình chữ nhật (2 **trục** qua trung điểm hai cạnh đối — *không phải đường chéo*, tâm là giao hai đường chéo); Hình thoi (2 **trục** là hai đường chéo — *không phải đường qua trung điểm cạnh đối*, tâm là giao hai đường chéo). - **Nhóm chỉ có một trong hai tính chất:** Tam giác đều (3 **trục**, *không có tâm đối xứng*); Hình thang cân có góc ở đáy khác 90° (1 **trục** qua trung điểm hai đáy, *không có tâm đối xứng*); Hình bình hành tổng quát (0 **trục**, *có* 1 *tâm đối xứng* là giao điểm hai đường chéo).

2. Ứng dụng đối xứng vào gấp giấy, cắt hình & chữ cái / chữ số / biển báo giao thông

- **Gấp giấy liên tiếp theo trục đối xứng:** Mỗi lần gấp đôi tờ giấy, số lớp giấy nhân đôi (sau k lần gấp có 2^k lớp) và diện tích mặt trên giảm đi một nửa ($S_{\text{trên}} = \dfrac{S_{\text{gốc}}}{2^k}$). Khi cắt bỏ một phần diện tích s ở tập giấy đã gấp rồi mở phẳng ra, tổng diện tích bị mất luôn là $2^k \cdot s$; đặc biệt nếu cắt ở góc là tâm đối xứng ban đầu thì các mảnh cắt hợp thành 1 lỗ trống ở giữa, còn cắt ở góc ngoài tạo thành 4 vết khuyết đối xứng ở 4 đỉnh. - **Chữ cái, chữ số & biển báo:** Kiểm tra **trục đối xứng** bằng phép gấp đôi chồng khít; kiểm tra **tâm đối xứng** bằng phép quay 180° (lật ngược trang giấy) thấy hình không đổi. Luôn xét kĩ chi tiết bên trong biển báo hoặc màu sắc trên bàn cờ (ví dụ: bàn cờ vua màu 8×8 mất hai trục ngang – dọc, chỉ còn 2 trục đường chéo và tâm đối xứng).

3. Kĩ thuật cắt – ghép bảo toàn diện tích (bất biến diện tích & tính chẵn lẻ bàn cờ)

- **Bất biến diện tích & thay đổi chu vi:** Khi cắt một hình thành nhiều mảnh rồi ghép lại không chồng khít, **tổng diện tích không đổi**, còn **tổng chu vi tăng thêm đúng 2 lần tổng độ dài các đường cắt bên trong**. Đặc biệt, mọi đường thẳng đi qua **tâm đối xứng** O của một hình đều chia đôi diện tích hình đó; đường thẳng nối hai tâm đối xứng O_1O_2 sẽ đồng thời chia đôi hai hình (ứng dụng chia đôi hình khoét lỗ hoặc hình chữ L). - **Bất biến tô màu bàn cờ:** Để chứng minh *không thể lát kín* một bảng ô vuông, ta tô màu các ô (đen – trắng xen kẽ từng ô, hoặc xen kẽ theo từng khối 2×2) rồi đếm số ô mỗi màu trên bảng và so sánh với số ô mỗi màu (hoặc tính chẵn – lẻ số ô đen) mà mỗi viên gạch có thể phủ.

4. Tối ưu chia hình chữ nhật thành ít hình vuông nhất & lát phủ domino / L-tromino

- **Chia hình chữ nhật $a\times b$ ($a>b$) thành hình vuông:** Nếu yêu cầu các hình vuông *bằng nhau lớn nhất*, cạnh hình vuông là $d=\text{ƯCLN}(a,b)$ và số hình vuông là $\frac{a}{d}\cdot\frac{b}{d}$. Nếu cho phép các hình vuông *khác kích cỡ*, quy tắc tham lam (cắt liên tiếp hình vuông lớn nhất cạnh b) tương ứng với **thuật toán Euclid**: số hình vuông bằng tổng các thương số liên tiếp và cạnh nhỏ nhất bằng $\text{ƯCLN}(a,b)$ — tuy nhiên cần cảnh giác vì đôi khi tồn tại cách chia khéo léo ít hình vuông hơn thuật toán tham lam (ví dụ 13×11 chỉ cần 6 hình vuông thay vì 8). - **Lát phủ bằng domino (1×2) & quân chữ L (3 ô):** Kiểm tra điều kiện cần về chia hết của tổng số ô ($\vdots 2$ hoặc $\vdots 3$) và tô màu bất biến. Với bảng vuông $2^n\times 2^n$ khuyết 1 ô bất kì, dùng chiến thuật **chia 4 góc phần tư** đặt 1 quân chữ L ở tâm để đưa về 4 bảng nhỏ kích thước $2^{n-1}\times 2^{n-1}$ cùng khuyết 1 ô (tổng số quân chữ L là $\frac{4^n-1}{3}$).

B. HỆ THỐNG BÀI TẬP TINH TUYỂN & LỜI GIẢI CHI TIẾT

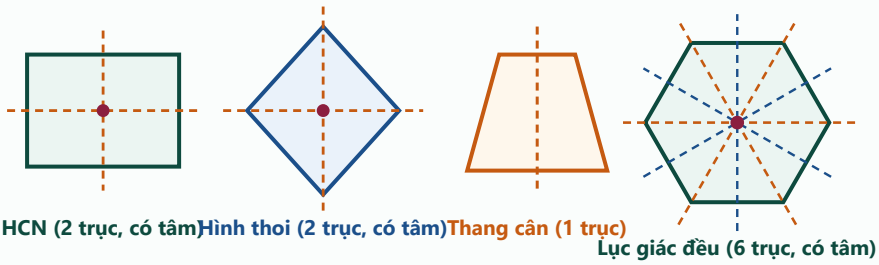
TẦNG 1: CHỐT ĐIỂM 9 – 10 THI TRƯỜNG & KHẢO SÁT (2 BÀI)

Bài 66 Tổng hợp số trục đối xứng và tâm đối xứng của 6 hình phẳng chuẩn lớp 6 • Tầng 1 • 9–10đ ★☆☆

Cho 6 hình phẳng sau: (1) Hình tam giác đều; (2) Hình chữ nhật (hai cạnh kề không bằng nhau); (3) Hình thoi (không phải hình vuông); (4) Hình bình hành (không có góc vuông và hai cạnh kề không bằng nhau); (5) Hình thang cân (góc ở đáy khác 90°); (6) Hình lục giác đều.

a) Xác định số trục đối xứng và cho biết mỗi hình trên có tâm đối xứng hay không. Tính tổng số trục đối xứng của cả 6 hình đó.

b) Trong 6 hình trên, có bao nhiêu hình vừa có trục đối xứng vừa có tâm đối xứng? Bao nhiêu hình chỉ có trục đối xứng mà không có tâm đối xứng? Bao nhiêu hình chỉ có tâm đối xứng mà không có trục đối xứng?



(Nguồn: Đề kiểm tra cuối học kì I Toán 6 năm 2024–2025, Phòng GD&ĐT Chương Mỹ (Hà Nội) & Trường TH&THCS THSP Nghệ An)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Ta xác định tính đối xứng của từng hình phẳng chuẩn:

- **(1) Hình tam giác đều:** Có 3 **trục đối xứng** (ba đường thẳng nối mỗi đỉnh với trung điểm cạnh đối diện); **không có** tâm đối xứng.
- **(2) Hình chữ nhật (không phải hình vuông):** Có 2 **trục đối xứng** (hai đường thẳng đi qua trung điểm của hai cạnh đối diện); **có** tâm đối xứng (giao điểm hai đường chéo).
- **(3) Hình thoi (không phải hình vuông):** Có 2 **trục đối xứng** (chính là hai đường chéo); **có** tâm đối xứng (giao điểm hai đường chéo).
- **(4) Hình bình hành tổng quát:** Có 0 **trục đối xứng**; **có** tâm đối xứng (giao điểm hai đường chéo).
- **(5) Hình thang cân (góc ở đáy khác 90°):** Có 1 **trục đối xứng** (đường thẳng đi qua trung điểm hai đáy); **không có** tâm đối xứng.
- **(6) Hình lục giác đều:** Có 6 **trục đối xứng** (3 đường chéo chính và 3 đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh đối diện); **có** tâm đối xứng (giao điểm các đường chéo chính).

Tổng số trục đối xứng của cả 6 hình là:

$$3 + 2 + 2 + 0 + 1 + 6 = 14 \text{ (trục đối xứng)}$$

b) Phân loại 6 hình trên theo hai tiêu chí:

- Vừa có trục đối xứng vừa có tâm đối xứng: có 3 **hình** gồm hình chữ nhật, hình thoi, hình lục giác đều.
- Chỉ có trục đối xứng mà không có tâm đối xứng: có 2 **hình** gồm tam giác đều và hình thang cân.
- Chỉ có tâm đối xứng mà không có trục đối xứng: có 1 **hình** là hình bình hành.

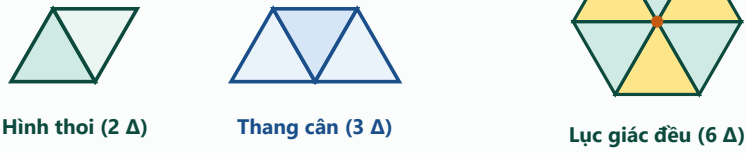
NHẬN XÉT: Ba "bẫy trắc nghiệm" kinh điển học sinh rất hay mất điểm: (1) Nhầm đường chéo hình chữ nhật là trục đối xứng (sai, chỉ đúng khi là hình vuông); (2) Nhầm hình bình hành có 2 trục đối xứng (sai, hình bình hành tổng quát có 0 trục đối xứng nhưng lại có tâm đối xứng); (3) Nhầm hình lục giác đều chỉ có 3 trục đối xứng (quên mất 3 trục nối trung điểm hai cạnh đối diện).

Bài 73 Ghép các tam giác đều thành hình thoi, hình thang cân và hình lục giác đều • Tầng 1 • 9–10đ ★★☆

Bạn Minh có rất nhiều miếng gỗ hình tam giác đều giống hệt nhau, mỗi miếng có độ dài cạnh bằng 4 cm và có diện tích kí hiệu là S_0.

a) Hỏi cần **ít nhất** bao nhiêu miếng tam giác đều nhỏ như trên để ghép vừa khít (không chồng lên nhau) thành: (i) một hình thoi; (ii) một hình thang cân; (iii) một hình lục giác đều cạnh 4 cm? Tính chu vi của mỗi hình ghép được.

b) Bạn Minh muốn ghép các miếng tam giác đều cạnh 4 cm thành một hình lục giác đều lớn có cạnh bằng 8 cm. Hỏi bạn cần dùng bao nhiêu miếng tam giác đều nhỏ và diện tích hình lục giác đều lớn gấp mấy lần diện tích hình lục giác đều cạnh 4 cm?



(Nguồn: Đề thi HSG Toán 6 năm 2023–2024, Trường THCS Trần Mai Ninh (Thanh Hóa))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Quan sát cách ghép tối thiểu các tam giác đều cạnh 4 cm (như hình vẽ minh họa):

- **(i) Hình thoi:** Cần ít nhất 2 **tam giác đều** ghép sát chung một cạnh. Hình thoi thu được có 4 cạnh đều bằng $4\ \text{cm}$, nên chu vi là:

$$P_{\text{thoi}} = 4 \cdot 4 = 16\ \text{cm}$$

- **(ii) Hình thang cân:** Cần ít nhất 3 **tam giác đều** xếp xen kẽ (hai tam giác quay đỉnh lên trên, một tam giác quay đỉnh xuống dưới ở giữa). Hình thang cân thu được có đáy lớn $2 \cdot 4 = 8\ \text{cm}$, đáy nhỏ $4\ \text{cm}$ và hai cạnh bên bằng $4\ \text{cm}$, nên chu vi là:

$$P_{\text{thang}} = 8 + 4 + 4 + 4 = 20\ \text{cm}$$

- **(iii) Hình lục giác đều cạnh $4\ \text{cm}$:** Cần ít nhất 6 **tam giác đều** ghép chung một đỉnh ở tâm. Chu vi là:

$$P_{\text{lục giác}} = 6 \cdot 4 = 24\ \text{cm}$$

b) Chia hình lục giác đều lớn cạnh $8\ \text{cm}$ bằng 3 đường chéo chính đi qua tâm, ta được 6 tam giác đều cỡ trung có cạnh $8\ \text{cm}$.

Mặt khác, bằng cách nối trung điểm ba cạnh của một tam giác đều cạnh $8\ \text{cm}$, ta chia nó thành đúng 4 tam giác đều nhỏ cạnh $4\ \text{cm}$ ($1 + 3 = 4$).

Do đó, tổng số miếng tam giác đều nhỏ cạnh $4\ \text{cm}$ cần dùng là:

$$6 \cdot 4 = 24\ (\text{miếng})$$

Vì hình lục giác đều cạnh $8\ \text{cm}$ có diện tích $24S_0$ còn hình lục giác đều cạnh $4\ \text{cm}$ có diện tích $6S_0$, nên tỉ số diện tích là:

$$\frac{24S_0}{6S_0} = 4\ (\text{lần})$$

NHẬN XÉT: Quy luật tỉ lệ diện tích cực kì hữu ích ở bậc THCS: khi tăng cạnh của một tam giác đều (hoặc lục giác đều, hình vuông) lên k lần thì chu vi tăng lên k lần, còn diện tích (và số tam giác đơn vị ghép thành) tăng lên k^2 **lần**! Ở câu b, cạnh tăng $8 : 4 = 2$ lần nên diện tích tăng ngay $2^2 = 4$ lần ($6 \cdot 4 = 24$ miếng).

TẦNG 2: VƯƠN TẦM HỌC SINH GIỎI QUẬN/HUYỆN & CLC (1 BÀI)

Bài 78 Chia hình chữ nhật thành ít hình vuông nhất: thuật toán Euclid & tối ưu vượt tham lam • Tầng 2 • HSG ★★★

Cho một tờ bìa hình chữ nhật kích thước $36\ \text{cm} \times 15\ \text{cm}$. Ta thực hiện quy tắc cắt liên tiếp (thuật toán Euclid): ở mỗi bước, nếu phần bìa còn lại chưa là hình vuông thì cắt ra **hình vuông lớn nhất có thể** (có cạnh bằng chiều rộng hiện tại), rồi tiếp tục lặp lại với phần hình chữ nhật còn dư cho đến khi hết tờ bìa.

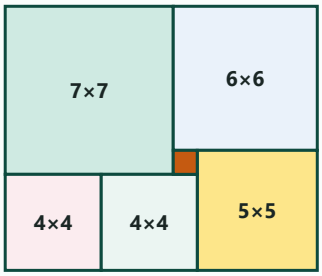
a) Hãy mô tả sơ đồ phân chia, liệt kê kích thước và số lượng các hình vuông thu được. Tổng cộng cắt được bao nhiêu hình vuông?

b) Kiểm chứng tổng diện tích các hình vuông vừa cắt bằng diện tích tờ bìa ban đầu, và nêu mối liên hệ giữa cạnh hình vuông nhỏ nhất với hai số 36 và 15.

c) Áp dụng quy tắc cắt tham lam trên cho tờ bìa $13\ \text{cm} \times 11\ \text{cm}$ thì thu được bao nhiêu hình vuông? Hãy chỉ ra một cách cắt thông minh hơn chia tờ bìa $13\ \text{cm} \times 11\ \text{cm}$ thành **chỉ 6 hình vuông** (như gợi ý trong hình vẽ)!



HCN 36×15: 6 hình vuông (Euclid)



HCN 13×11: Tối ưu 6 hình vuông (ô cam 1×

(Nguồn: Đề thi chọn HSG Toán 6 cấp Quận/Huyện & Tuyển tập chuyên đề Cắt ghép hình trực quan)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Áp dụng phép chia có dư (thuật toán Euclid) lần lượt cho 36 và 15:

- **Bước 1:** $36 = 2 \cdot 15 + 6 \implies$ cắt được 2 **hình vuông cạnh** $15\ \text{cm}$, phần bìa dư là hình chữ nhật $15\ \text{cm} \times 6\ \text{cm}$.
- **Bước 2:** $15 = 2 \cdot 6 + 3 \implies$ cắt được 2 **hình vuông cạnh** $6\ \text{cm}$, phần bìa dư là hình chữ nhật $6\ \text{cm} \times 3\ \text{cm}$.
- **Bước 3:** $6 = 2 \cdot 3 + 0 \implies$ cắt hết thành 2 **hình vuông cạnh** $3\ \text{cm}$.

Tổng số hình vuông cắt được là:

$$2 + 2 + 2 = 6\ (\text{hình vuông})$$

b) Tổng diện tích 6 hình vuông cắt được là:

$$2 \cdot 15^2 + 2 \cdot 6^2 + 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 225 + 2 \cdot 36 + 2 \cdot 9 = 450 + 72 + 18 = 540\ \text{cm}^2$$

Đúng bằng diện tích tờ bìa ban đầu: $36 \cdot 15 = 540\ \text{cm}^2$.

Độ dài cạnh hình vuông nhỏ nhất là $3\ \text{cm}$, chính bằng $\text{ƯCLN}(36; 15) = 3$.

c) Với tờ bìa $13\ \text{cm} \times 11\ \text{cm}$, nếu dùng quy tắc cắt tham lam (Euclid):

- $13 = 1 \cdot 11 + 2 \implies 1$ hình vuông cạnh $11\ \text{cm}$, dư 11×2;
- $11 = 5 \cdot 2 + 1 \implies 5$ hình vuông cạnh $2\ \text{cm}$, dư 2×1;
- $2 = 2 \cdot 1 \implies 2$ hình vuông cạnh $1\ \text{cm}$.

Cách cắt tham lam tạo ra $1+5+2=8$ hình vuông.

Cách cắt tối ưu chỉ dùng 6 hình vuông (kích thước cạnh là $7;6;5;4;4;1$ cm):

- Đặt hình vuông 7×7 ở góc trên trái và hình vuông 6×6 sát bên phải ($7+6=13$, phủ kín chiều ngang 13 cm).
- Phía dưới hình vuông 7×7 còn dải cao $11-7=4$ cm: đặt 2 hình vuông 4×4 nối tiếp nhau từ trái sang phải (chiếm bề ngang $4+4=8$ cm).
- Ở góc dưới phải còn lại đúng hình vuông 5×5 (chiều ngang $13-8=5$ cm, chiều cao $11-6=5$ cm).
- Chỗ trống duy nhất lọt giữa các hình vuông $7,6,5,4$ có kích thước ngang $8-7=1$ cm và cao $7-6=1$ cm $\Longrightarrow$ vừa khít 1 hình vuông 1×1!

Kiểm tra tổng diện tích:

$$7^2+6^2+5^2+4^2+4^2+1^2=49+36+25+16+16+1=143=13\cdot 11\ (\text{cm}^2)$$

NHẬN XÉT: Bài toán này mang đến hai bài học HSG vô giá: (1) Quy tắc cắt hình vuông lớn nhất chính là minh họa hình học trực quan của **thuật toán Euclid tìm ƯCLN**; (2) Thuật toán tham lam không phải lúc nào cũng tối ưu toàn cục — biết "nhường bước" không cắt hình vuông lớn nhất 11×11 ở bước đầu đã giúp giảm từ 8 xuống còn 6 hình vuông!

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN TƯƠNG TỰ — ĐỔI SỐ & BIẾN THỂ (3 BÀI)

Bài tự luyện 3.1. (Tương tự Bài 66) Cho 5 hình phẳng sau: hình vuông, hình tam giác đều, hình thoi (không phải hình vuông), hình bình hành (không có góc vuông, hai cạnh kề khác nhau), hình thang cân (góc ở đáy khác 90°). Tính tổng số trục đối xứng của cả 5 hình đó và chỉ ra hình nào có đúng 2 trục đối xứng đồng thời có tâm đối xứng.

Bài tự luyện 3.2. (Tương tự Bài 67) Xét tập hợp 8 chữ cái in hoa chuẩn nét đều $\{I;M;S;U;W;H;N;O\}$ (trong đó chữ I là một đoạn thẳng đứng, chữ O là đường tròn, chữ S đối xứng tâm qua trung điểm). a) Có bao nhiêu chữ cái có trục đối xứng? b) Có bao nhiêu chữ cái có tâm đối xứng? c) Có bao nhiêu chữ cái có đúng 1 trục đối xứng và không có tâm đối xứng?

Bài tự luyện 3.3. (Tương tự Bài 68) Với cùng quy ước 5 loại thẻ chữ số điện tử nét đều $\{0;1;6;8;9\}$ như ở Bài 68 (các chữ số được phép lặp lại), hỏi có bao nhiêu số có **bốn chữ số** $\overline{abcd}$ ($a\neq 0$) mà hình biểu diễn của nó: a) Có trục đối xứng dọc? b) Có tâm đối xứng?

ĐÁP SỐ & HƯỚNG DẪN VẮN TẮT — CHUYÊN ĐỀ 3

Bài	Đáp số / Kết luận	Hướng dẫn mấu chốt
Bài 3.1	**Tổng số trục đối xứng là $4+3+2+0+1=10$; hình có đúng 2 trục đối xứng và có tâm đối xứng là hình thoi.**	Lần lượt đếm số trục đối xứng: hình vuông (4), tam giác đều (3), hình thoi (2), hình bình hành (0), hình thang cân (1).
Bài 3.2	**a) 6 chữ cái (I,M,U,W,H,O); b) 5 chữ cái (I,S,H,N,O); c) 3 chữ cái (M,U,W).**	Phân loại từng chữ cái: M,U,W chỉ có 1 trục dọc; S,N chỉ có tâm đối xứng; I,H,O có cả trục đối xứng và tâm đối xứng.
Bài 3.3	**a) $2\cdot 3=6$ số; b) $4\cdot 5=20$ số.**	a) Cần $a=d\in\{1;8\}$ và $b=c\in\{0;1;8\}$. b) Cần $(a;d)\in\{(1;1),(8;8),(6;9),(9;6)\}$ và $(b;c)$ thuộc 5 cặp đối xứng tâm (thêm cặp $(0;0)$).

CHUYÊN ĐỀ 4 / 5 • TRÍCH ĐOẠN ĐỌC THỬ (3 BÀI MẪU + 3 TỰ LUYỆN)

CHUYÊN ĐỀ 4. ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG, TIA & TRUNG ĐIỂM ĐOẠN THẲNG NÂNG CAO

*Điểm, đường thẳng, tia và trung điểm đoạn thẳng là nền móng đầu tiên của Hình học phẳng THCS, xuất hiện trong hầu hết mọi đề kiểm tra giữa kì II, cuối kì II và đề thi Học sinh giỏi Toán 6. Điểm phân hóa chốt điểm 9–10 và HSG của chuyên đề không nằm ở phép cộng trừ phức tạp, mà nằm ở tư duy lập luận chặt chẽ quan hệ **điểm nằm giữa**, phát hiện trọn vẹn **2–3 trường hợp trên đường thẳng**, chứng minh các **hệ thức trung điểm bất biến**, chinh phục **dãy trung điểm nhiều tầng** (2^{2025}, 2^{2026}) và bài toán **cực trị tổng khoảng cách trên đường thẳng**.*

A. TÓM TẮT PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH

1. Quan hệ điểm nằm giữa trên tia & hai tia đối nhau

Hai quy tắc vàng xác định điểm nằm giữa: (i) Trên cùng một tia Ox, nếu có hai điểm A, B thỏa mãn $OA < OB$ thì điểm A nằm giữa hai điểm O và B, từ đó suy ra hệ thức cộng $OA + AB = OB$; (ii) Nếu điểm A thuộc tia Ox và điểm B thuộc tia đối Oy (khác gốc O) thì gốc O luôn nằm giữa hai điểm A và B, suy ra $AB = OA + OB$. Khi giải bài toán có cả tia AB và tia BA, hãy quy hết khoảng cách về cùng một đầu mút để so sánh thứ tự điểm tức thì.

2. Hai điều kiện đủ để chứng minh M là trung điểm đoạn thẳng AB

Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi thỏa mãn **đồng thời hai điều kiện**: (1) M nằm giữa hai điểm A và B (tức $AM + MB = AB$); và (2) M cách đều hai đầu mút ($MA = MB$). **Cảnh báo bẫy mất điểm:** Chỉ có $MA = MB$ là chưa đủ (vì M có thể nằm ngoài đường thẳng AB); chỉ có M nằm giữa A, B cũng chưa đủ. Dạng tương đương gọn nhất: $MA = MB = \dfrac{AB}{2}$ (lưu ý phải có kèm quan hệ thẳng hàng hoặc nằm giữa khi lập luận).

3. Bẫy chia 2–3 trường hợp khi lấy điểm trên đường thẳng

Khác với **tia** (chỉ đi về một phía), trên một **đường thẳng** chứa đoạn thẳng AB, một điểm C bất kì (khác A, B) có tới **3 miền vị trí**: (i) C nằm trên tia đối của tia AB (A nằm giữa C, B); (ii) C nằm trong đoạn thẳng AB (C nằm giữa A, B); (iii) C nằm trên tia đối của tia BA (B nằm giữa A, C). Tương tự, khi lấy hai điểm A, B trên đường thẳng xy có gốc O cho trước, phải chia đủ **2 trường hợp**: A, B cùng phía hay khác phía đối với O. Giải xong từng miền bắt buộc đối chiếu điều kiện độ dài không âm để loại nghiệm ngoại lai.

4. Bất biến khoảng cách hai trung điểm & dãy trung điểm nhiều tầng

Ba vũ khí HSG mũi nhọn: (i) Với mọi vị trí của điểm C trên đường thẳng AB, khoảng cách giữa trung điểm M của CA và trung điểm N của CB luôn bất biến: $MN = \dfrac{AB}{2}$; (ii) **Đẳng thức vàng trung điểm M của AB**: với mọi $O \in AB$, nếu O ở ngoài đoạn AB thì $2 \cdot OM = OA + OB$, nếu O ở trong đoạn AB thì $2 \cdot OM = |OA - OB|$; (iii) **Dãy trung điểm n tầng** ($A_1, A_2, \ldots, A_n$): mỗi lần lấy trung điểm, khoảng cách đến đầu mút cố định giảm đi 2 lần ($OA_k = \dfrac{OA}{2^k}$), kết hợp với lũy thừa 2^n và quy tắc cực trị ghép cặp đối xứng $MA_k + MA_{n+1-k} \geq A_kA_{n+1-k}$.

B. HỆ THỐNG BÀI TẬP TINH TUYỂN & LỜI GIẢI CHI TIẾT

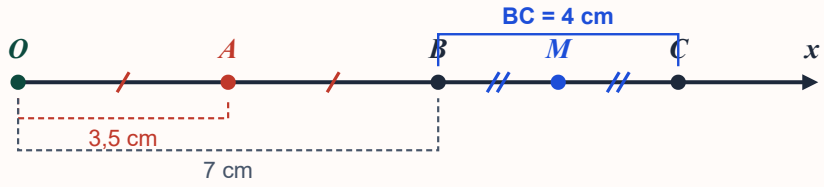
TẦNG 1: CHỐT ĐIỂM 9 – 10 THI TRƯỜNG & KHẢO SÁT (2 BÀI)

Bài 86 Điểm nằm giữa trên tia & chứng minh trung điểm • Tầng 1 • 9–10đ ★☆☆

Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 3{,}5$ cm và $OB = 7$ cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB. Điểm A có là trung điểm của đoạn thẳng OB không? Vì sao?

b) Trên tia Ox lấy thêm điểm C sao cho $OC = 11$ cm. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Tính độ dài đoạn thẳng OM.



(Nguồn: Đề kiểm tra cuối HK2 Toán 6 Trường THCS Võ Trường Toản (Bà Rịa – Vũng Tàu) năm 2024–2025 (phát triển))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Trên tia Ox có hai điểm A, B mà $OA < OB$ (vì $3{,}5$ cm < 7 cm) nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B.

Do đó ta có hệ thức cộng đoạn thẳng:

$$OA + AB = OB \Rightarrow AB = OB - OA = 7 - 3{,}5 = 3{,}5\ (\text{cm}).$$

Ta thấy:

- Điểm A nằm giữa hai điểm O và B;
- $OA = AB = 3{,}5$ cm.

Vậy điểm A là trung điểm của đoạn thẳng OB.

b) Trên tia Ox có $OB < OC$ (vì 7 cm < 11 cm) nên điểm B nằm giữa hai điểm O và C. Suy ra:

$$OB + BC = OC \Rightarrow BC = OC - OB = 11 - 7 = 4\ (\text{cm}).$$

Vì M là trung điểm của đoạn thẳng BC nên M nằm giữa B và C và:

$$BM = MC = \frac{BC}{2} = \frac{4}{2} = 2\ (\text{cm}).$$

Vì B nằm giữa O, C và M nằm giữa B, C nên điểm B nằm giữa hai điểm O và M. Do đó:

$$OM = OB + BM = 7 + 2 = 9\ (\text{cm}).$$

Vậy $AB = 3{,}5$ cm, A là trung điểm của OB và $OM = 9$ cm.

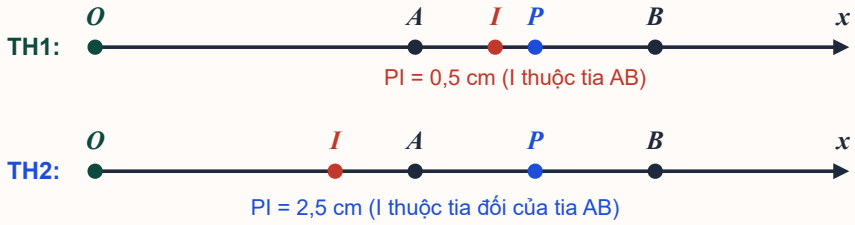
NHẬN XÉT: Để chứng minh A là trung điểm của OB, **bắt buộc phải nêu đủ hai điều kiện**: (1) A nằm giữa O và B; (2) $OA = AB$. Thiếu ý nằm giữa là lỗi mất điểm phổ biến nhất trong các bài kiểm tra HK2 Toán 6!

Bài 98 Bẫy chia 2 trường hợp khi lấy điểm trên đường thẳng AB • Tầng 1 • 9–10đ ★★☆

Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 4$ cm, $OB = 7$ cm. Gọi P là trung điểm của đoạn thẳng AB.

a) Tính độ dài các đoạn thẳng AB và OP.

b) Trên đường thẳng AB lấy điểm I sao cho $AI = 1$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng PI.



(Nguồn: Đề kiểm tra HSG Toán 6 xã Lục Ngạn (Bắc Ninh) năm 2025–2026)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Trên tia Ox có $OA < OB$ (vì 4 cm < 7 cm) nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B. Suy ra:

$$AB = OB - OA = 7 - 4 = 3\ (\text{cm}).$$

Vì P là trung điểm của đoạn thẳng AB nên P nằm giữa A và B, và:

$$AP = PB = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5\ (\text{cm}).$$

Vì A nằm giữa O, B và P nằm giữa A, B nên A nằm giữa O và P. Suy ra:

$$OP = OA + AP = 4 + 1{,}5 = 5{,}5\ (\text{cm}).$$

b) Vì điểm I nằm trên **đường thẳng** AB (chưa rõ nằm về phía nào so với điểm A) nên có 2 trường hợp xảy ra:

- **Trường hợp 1:** Điểm I nằm trên tia AB (cùng phía với B đối với A).

Trên tia AB có $AI < AP$ (vì 1 cm $< 1{,}5$ cm) nên điểm I nằm giữa A và P. Suy ra:

$$PI = AP - AI = 1{,}5 - 1 = 0{,}5\ (\text{cm}).$$

- **Trường hợp 2:** Điểm I nằm trên tia đối của tia AB (khác phía với B đối với A).

Vì I thuộc tia đối của tia AB còn P thuộc tia AB nên điểm A nằm giữa hai điểm I và P. Suy ra:

$$PI = IA + AP = 1 + 1{,}5 = 2{,}5\ (\text{cm}).$$

Vậy $AB = 3$ cm, $OP = 5{,}5$ cm và $PI = 0{,}5$ cm hoặc $PI = 2{,}5$ cm.

NHẬN XÉT: Gặp cụm từ **"trên đường thẳng AB lấy điểm I sao cho $AI = 1$ cm"**, phải bật ngay đèn báo động đỏ: một điểm cách A một đoạn 1 cm trên đường thẳng luôn có **đúng 2 vị trí** nằm trên hai tia đối nhau gốc A! Bỏ sót một trường hợp là mất ngay nửa số điểm câu b.

TẦNG 2: VƯƠN TẦM HỌC SINH GIỎI QUẬN/HUYỆN & CLC (1 BÀI)

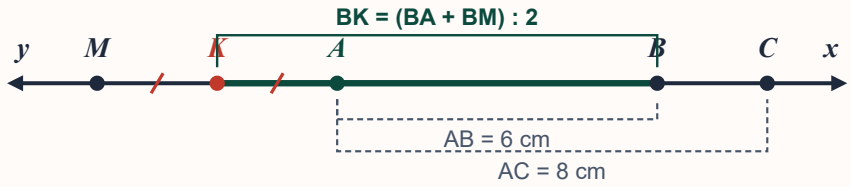
Bài 106 Chứng minh đẳng thức trung điểm BK = (BA + BM) : 2 trên hai tia đối • Tầng 2 • HSG ★★★

Cho hai tia đối nhau Ax và Ay. Trên tia Ax lấy hai điểm B và C sao cho $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Trên tia Ay lấy một điểm M bất kì (khác A), gọi K là trung điểm của đoạn thẳng AM.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BC.

b) Chứng minh rằng:

$$BK = \frac{BA + BM}{2}.$$



(Nguồn: Đề giao lưu HSNK Toán 6 xã Như Thanh (Thanh Hóa) năm 2025–2026 & Cụm CM số 6 Nga Sơn năm 2023–2024)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Trên tia Ax có hai điểm B, C mà $AB < AC$ (vì 6 cm < 8 cm) nên điểm B nằm giữa hai điểm A và C.

Suy ra:

$$AB + BC = AC \Rightarrow BC = AC - AB = 8 - 6 = 2\ (\text{cm}).$$

b) Vì K là trung điểm của đoạn thẳng AM nên K nằm giữa A và M, suy ra K thuộc tia Ay và:

$$AK = KM = \frac{AM}{2}.$$

Vì B thuộc tia Ax còn K, M cùng thuộc tia đối Ay nên điểm A nằm giữa B và K, đồng thời điểm A nằm giữa B và M.

Ta có hai hệ thức cộng đoạn thẳng:

$$BK = BA + AK \quad \text{và} \quad BM = BA + AM.$$

Thay $AK = \dfrac{AM}{2}$ vào đẳng thức thứ nhất rồi nhân hai vế với 2:

$$2 \cdot BK = 2 \cdot BA + 2 \cdot AK = BA + BA + AM = BA + (BA + AM) = BA + BM.$$

Chia cả hai vế cho 2, ta thu được:

$$BK = \frac{BA + BM}{2} \quad (\text{điều phải chứng minh}).$$

NHẬN XÉT: Đẳng thức $BK = \dfrac{BA + BM}{2}$ không phụ thuộc vào độ dài AB hay AM — thực chất đây chính là một trường hợp đặc biệt của **định lí hệ thức trung điểm** khi B nằm ngoài đoạn thẳng AM (xem Bài 107). Kỹ thuật nhân 2 hai vế giúp tránh phải thao tác với phân số trong lời giải!

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN TƯƠNG TỰ — ĐỔI SỐ & BIẾN THỂ (3 BÀI)

Bài tự luyện 4.1. (Tương tự Bài 86) Trên tia Ox lấy hai điểm A, B sao cho $OA = 4$ cm, $OB = 8$ cm. a) Tính AB và chứng tỏ A là trung điểm của đoạn thẳng OB. b) Trên tia Ox lấy điểm C sao cho $OC = 14$ cm. Gọi M là trung điểm của BC. Tính OM.

Bài tự luyện 4.2. (Tương tự Bài 87) Trên tia Ox lấy hai điểm A, B sao cho $OA = 5$ cm, $OB = 7$ cm. Trên tia đối của tia Ox lấy điểm C sao cho $BC = 12$ cm. Tính AB, OC và cho biết O có là trung điểm của đoạn thẳng AC không? Vì sao?

Bài tự luyện 4.3. (Tương tự Bài 88) Trên tia Ox lấy hai điểm A, B sao cho $OA = 4$ cm, $OB = 8$ cm. Trên tia đối của tia Ox lấy điểm C sao cho $OC = 6$ cm. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OC. Tính độ dài các đoạn thẳng IA và IB.

ĐÁP SỐ & HƯỚNG DẪN VẮN TẮT — CHUYÊN ĐỀ 4

Bài	Đáp số / Kết luận	Hướng dẫn mấu chốt
Bài 4.1	$AB = 4$ cm; A **là trung điểm của** OB **(vì** A **nằm giữa** O, B **và** $OA = AB = 4$ cm**);** $OM = 11$ cm.	So sánh $OA < OB < OC$ trên tia Ox để xác định thứ tự $O - A - B - M - C$, rồi tính $BC = OC - OB$ và $OM = OB + \dfrac{BC}{2}$.
Bài 4.2	$AB = 2$ cm, $OC = 5$ cm; **điểm** O **là trung điểm của** AC **(vì** O **nằm giữa** A, C **và** $OA = OC = 5$ cm**).**	Tính $AB = OB - OA$; vì O nằm giữa C và B nên $OC = BC - OB$, sau đó đối chiếu với OA.
Bài 4.3	$IA = 7$ cm **và** $IB = 11$ cm.	Tính $OI = \dfrac{OC}{2} = 3$ cm; chỉ ra O nằm giữa I và A (cũng như giữa I và B) để cộng đoạn thẳng.

CHUYÊN ĐỀ 5 / 5 • TRÍCH ĐOẠN ĐỌC THỬ (3 BÀI MẪU + 3 TỰ LUYỆN)

CHUYÊN ĐỀ 5. GÓC NÂNG CAO & BÀI TOÁN ĐẾM HÌNH TỔ HỢP (ĐƯỜNG THẲNG, GIAO ĐIỂM, ĐOẠN THẲNG, TAM GIÁC, GÓC)

*Nếu các chuyên đề trước rèn luyện khả năng tính toán độ dài và diện tích hình học phẳng, thì Chuyên đề 5 mở ra hai mảnh ghép "chốt điểm 9–10" và phân loại Học sinh giỏi Toán 6 đặc sắc nhất ở học kì II: **Góc nâng cao** (nhận diện không sót góc bẹt, tính góc xét đủ trường hợp và bài toán góc kim đồng hồ) cùng **Bài toán Đếm hình tổ hợp** (đếm đoạn thẳng, đường thẳng, tia, góc, giao điểm, tam giác, đường chéo đa giác và số miền mặt phẳng). Chỉ từ một ý tưởng ghép cặp hết sức trong sáng là $\frac{n(n-1)}{2}$, các đề thi HSG cấp Quận/Huyện và trường Chất lượng cao đã biến hóa thành hàng loạt bài toán hiệu chỉnh điểm thẳng hàng, đường đồng quy, đường song song, bài toán ngược và bài toán tồn tại gắn với năm thi $2025, 2026$. Chuyên đề gồm **30 bài toán cốt lõi** (Bài 121–150) phân hai cấp độ kèm hình vẽ minh họa trực quan và **20 bài tập tự luyện** giúp học sinh làm chủ trọn vẹn dạng toán giàu tư duy này.*

A. TÓM TẮT PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH

1. Góc nhọn, vuông, tù, bẹt & Bài toán góc kim đồng hồ

- **Phân loại góc theo số đo** (chương trình Toán 6 chỉ xét góc $\le 180^\circ$): góc nhọn ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), góc vuông ($\alpha = 90^\circ$), góc tù ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$), góc bẹt ($\alpha = 180^\circ$, tạo bởi hai tia đối nhau). - **Cộng góc & xét trường hợp**: Khi tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy thì $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy}$. Nếu đề bài không nói rõ hai tia nằm cùng hay khác nửa mặt phẳng bờ chứa tia gốc chung, **bắt buộc xét đủ 2 trường hợp**. - **Góc kim đồng hồ (tốc độ góc)**: Mặt đồng hồ 360° chia 12 khoảng giờ và 60 vạch phút. Kim phút quay $6^\circ/\text{phút}$; kim giờ quay $30^\circ/\text{giờ} = 0{,}5^\circ/\text{phút}$ (**tuyệt đối không quên phần dịch chuyển của kim giờ!**). Hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ là $6^\circ - 0{,}5^\circ = 5{,}5^\circ/\text{phút} = \frac{11}{2}^\circ/\text{phút}$. Tại thời điểm h giờ m phút ($0 \le h < 12$), góc tạo bởi hai kim tính bằng $\alpha = |30h + 0{,}5m - 6m| = |30h - 5{,}5m|$; nếu $\alpha > 180^\circ$ thì lấy góc nhỏ hơn là $360^\circ - \alpha$.

2. Công thức tổ hợp hình học cơ bản n(n - 1)/2

- **Đếm đoạn thẳng / đường thẳng qua n điểm**: Với n điểm phân biệt ($n \ge 2$), số đoạn thẳng luôn là $\frac{n(n-1)}{2}$ (bất kể thẳng hàng hay không). Nếu **không có 3 điểm nào thẳng hàng**, số đường thẳng đi qua 2 trong n điểm cũng là $\frac{n(n-1)}{2}$. - **Đếm góc từ n tia chung gốc**: Với n tia phân biệt chung gốc O, cứ 2 tia tạo thành 1 góc, nên tổng số góc đỉnh O là $\frac{n(n-1)}{2}$ (nếu đề hỏi "không kể góc bẹt", phải trừ đi số cặp tia đối nhau!). Đặc biệt m đường thẳng đồng quy tạo $2m$ tia chung gốc nên có $\frac{2m(2m-1)}{2} = m(2m-1)$ góc (gồm m góc bẹt). - **Đếm giao điểm của n đường thẳng**: Nếu n đường thẳng đôi một cắt nhau và không có 3 đường nào đồng quy, số giao điểm tối đa là $\frac{n(n-1)}{2}$ và chúng chia mặt phẳng thành tối đa $1 + \frac{n(n+1)}{2}$ miền.

3. Kĩ thuật hiệu chỉnh khi có điểm thẳng hàng, đường đồng quy hoặc song song

- **Có đúng k điểm thẳng hàng ($k \geq 3$)** trong n điểm: Nếu k điểm đó không thẳng hàng thì vẽ được $\frac{k(k-1)}{2}$ đường thẳng, nhưng vì thẳng hàng nên chỉ vẽ được 1 **đường thẳng duy nhất**. Số đường thẳng thực tế là:

$$\frac{n(n-1)}{2} - \frac{k(k-1)}{2} + 1$$

- **Có đúng k đường thẳng đồng quy** trong n đường thẳng đôi một cắt nhau: Tương tự, $\frac{k(k-1)}{2}$ giao điểm chập lại thành 1 **giao điểm duy nhất**, nên số giao điểm là $\frac{n(n-1)}{2} - \frac{k(k-1)}{2} + 1$. - **Có đúng m đường thẳng song song** trong n đường thẳng (các đường còn lại tổng quát): m đường thẳng song song tạo 0 **giao điểm** (khác đồng quy ở chỗ **không cộng thêm** 1!), nên số giao điểm là $\frac{n(n-1)}{2} - \frac{m(m-1)}{2}$.

4. Đếm số tam giác & Bài toán ngược giải n(n - 1) = 2M

- **Điểm O ngoài đường thẳng d và n điểm trên d**: Mỗi đoạn thẳng trên d kết hợp với đỉnh O tạo đúng 1 tam giác, nên số tam giác đúng bằng $\frac{n(n-1)}{2}$. - **Hai đường thẳng song song $a \parallel b$** (trên a có m điểm, trên b có n điểm): Một tam giác phải lấy 2 đỉnh ở đường này và 1 đỉnh ở đường kia, nên tổng số tam giác là $\frac{m(m-1)}{2} \cdot n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot m$. - **Bài toán ngược & kiểm tra tồn tại**: Khi biết tổng số hình M, đưa về phương trình $n(n-1) = 2M$. Ước lượng căn bậc hai của $2M$ để phân tích $2M$ thành tích hai số tự nhiên liên tiếp $k(k-1)$. Nếu $2M$ kẹp chặt giữa hai tích liên tiếp $(k-1)k < 2M < k(k+1)$ thì **không tồn tại** số tự nhiên n thỏa mãn.

B. HỆ THỐNG BÀI TẬP TINH TUYỂN & LỜI GIẢI CHI TIẾT

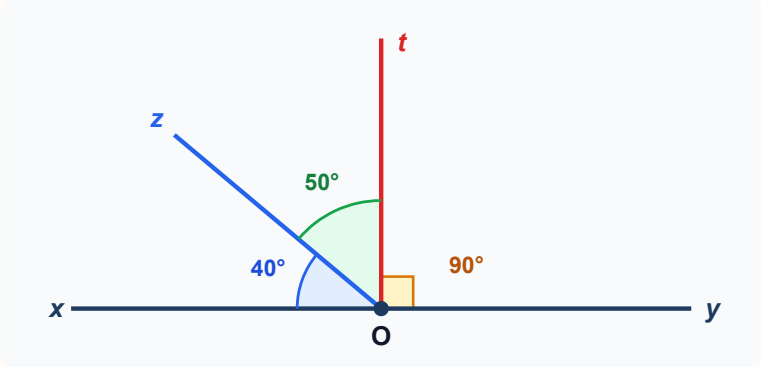
TẦNG 1: CHỐT ĐIỂM 9 – 10 THI TRƯỜNG & KHẢO SÁT (2 BÀI)

Bài 121 Liệt kê góc đỉnh O không sót góc bẹt & phân loại góc • Tầng 1 • 9–10đ ★☆☆

Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xy, vẽ hai tia Oz và Ot sao cho tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Ot và $\widehat{xOz} = 40^\circ$, $\widehat{zOt} = 50^\circ$, $\widehat{tOy} = 90^\circ$ (xem hình vẽ).

a) Liệt kê tất cả các góc đỉnh O có trong hình vẽ (kể cả góc bẹt) và tính số đo của từng góc.

b) Phân loại các góc vừa tìm được thành 4 nhóm: góc nhọn, góc vuông, góc tù, góc bẹt.



(Nguồn: Biên soạn từ Đề kiểm tra cuối HK2 Toán 6 Sở GD&ĐT Bắc Giang (2024–2025) & Chuyên đề Góc Toán 6)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Tại đỉnh O có tất cả 4 tia phân biệt là Ox, Oz, Ot, Oy. Cứ 2 tia chung gốc O tạo thành 1 góc, nên tổng số góc đỉnh O là $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ góc.

Ta liệt kê lần lượt từ trái sang phải để không sót và tính số đo từng góc:

- $\widehat{xOz} = 40^\circ$ (giả thiết).

- $\widehat{zOt} = 50^\circ$ (giả thiết).
- $\widehat{tOy} = 90^\circ$ (giả thiết).
- Vì tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Ot nên:

$$\widehat{xOt} = \widehat{xOz} + \widehat{zOt} = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$$

- Vì tia Ot nằm giữa hai tia Oz và Oy nên:

$$\widehat{zOy} = \widehat{zOt} + \widehat{tOy} = 50^\circ + 90^\circ = 140^\circ$$

- Vì Ox và Oy là hai tia đối nhau (cùng tạo nên đường thẳng xy) nên:

$$\widehat{xOy} = 180^\circ$$

b) Căn cứ vào số đo vừa tính, ta phân loại 6 góc như sau:

- **Góc nhọn** ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$): $\widehat{xOz} = 40^\circ$ và $\widehat{zOt} = 50^\circ$ (2 góc).
- **Góc vuông** ($\alpha = 90^\circ$): $\widehat{xOt} = 90^\circ$ và $\widehat{tOy} = 90^\circ$ (2 góc).
- **Góc tù** ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$): $\widehat{zOy} = 140^\circ$ (1 góc).
- **Góc bẹt** ($\alpha = 180^\circ$): $\widehat{xOy} = 180^\circ$ (1 góc).

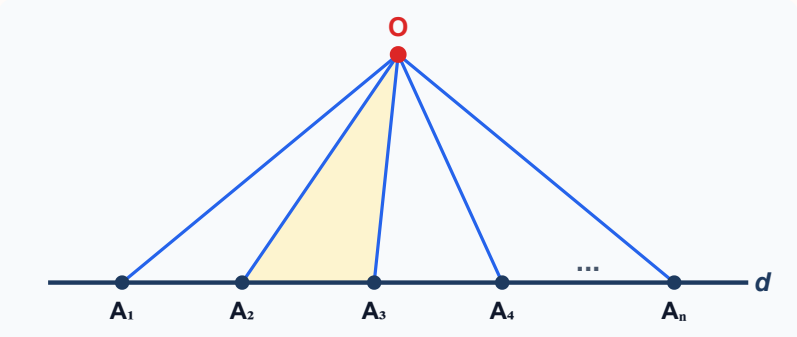
NHẬN XÉT: Mẹo chống sót góc kinh điển: luôn đếm trước số tia chung gốc n rồi tính ngay $\dfrac{n(n-1)}{2}$ để biết chính xác cần liệt kê bao nhiêu góc. Học sinh rất hay bỏ quên góc bẹt $\widehat{xOy} = 180^\circ$ và các góc ghép đôi như $\widehat{xOt}, \widehat{zOy}$!

Bài 135 Đếm số góc đỉnh O và số tam giác từ điểm ngoài đường thẳng • Tầng 1 • 9–10đ ★★☆

Cho điểm O nằm ngoài đường thẳng d (xem hình vẽ).

a) Trên đường thẳng d ban đầu lấy 3 điểm phân biệt A, B, C, sau đó lấy thêm 2021 điểm phân biệt nữa (khác A, B, C). Nối O với tất cả các điểm trên đường thẳng d. Hỏi có bao nhiêu góc đỉnh O (có hai cạnh là hai tia đi qua các điểm thuộc d) và bao nhiêu tam giác có đỉnh O được tạo thành?

b) Phải lấy bao nhiêu điểm phân biệt trên đường thẳng d để nối với điểm O tạo thành đúng 120 hình tam giác?



(Nguồn: Câu IV.1c – Đề HSG Toán 6 Gia Viễn (Ninh Bình, 2023–2024) & Câu 11 – HSG Lâm Thao (Phú Thọ, 2023–2024))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Tổng số điểm phân biệt lấy trên đường thẳng d là:

$$3 + 2021 = 2024 \text{ (điểm)}$$

Vì điểm O nằm ngoài đường thẳng d nên 2024 tia nối từ O đến 2024 điểm trên d là 2024 tia đôi một phân biệt chung gốc O.

- Cứ 2 tia trong 2024 tia đó tạo thành đúng 1 góc đỉnh O, nên số góc đỉnh O tạo thành là:

$$\frac{2024 \cdot 2023}{2} = 1012 \cdot 2023 = 2\,047\,276 \text{ (góc)}$$

- Đồng thời, cứ 2 điểm phân biệt trên d kết hợp với điểm O (không thẳng hàng với chúng) tạo thành đúng 1 tam giác có đỉnh O và cạnh đáy nằm trên d. Do đó, số tam giác có đỉnh O bằng đúng số đoạn thẳng trên d và bằng:

$$\frac{2024 \cdot 2023}{2} = 2\,047\,276 \text{ (tam giác)}$$

b) Gọi n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) là số điểm phân biệt cần lấy trên đường thẳng d. Số tam giác tạo thành là $\dfrac{n(n-1)}{2}$.

Theo đề bài:

$$\frac{n(n-1)}{2} = 120 \implies n(n-1) = 240 = 16 \cdot 15$$

Suy ra $n = 16$.

Vậy a) $2\,047\,276$ góc đỉnh O và $2\,047\,276$ tam giác; b) cần lấy 16 điểm phân biệt trên d.

NHẬN XÉT: Ba đại lượng trong mô hình "$O \notin d$ và n điểm trên d" luôn có giá trị **bằng nhau tuyệt đối**: số đoạn thẳng trên d = số góc đỉnh O = số tam giác đỉnh O = $\dfrac{n(n-1)}{2}$. Cần lưu ý điều kiện $O \notin d$ là bắt buộc để các tia không trùng nhau và 3 điểm tạo tam giác không thẳng hàng.

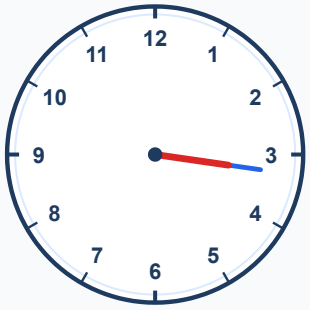
TẦNG 2: VƯƠN TẦM HỌC SINH GIỎI QUẬN/HUYỆN & CLC (1 BÀI)

Bài 139 Bài toán đồng hồ nâng cao: góc ở phút lẻ & thời điểm trùng nhau, thẳng hàng • Tầng 2 • HSG ★★★

a) Tính chính xác số đo góc tạo bởi kim giờ và kim phút lúc 7 giờ 17 phút.

b) Trong khoảng thời gian từ 3 giờ đến 4 giờ, hãy tìm chính xác thời điểm (tính theo giờ và phút dạng hỗn số) để:

- Kim giờ và kim phút **trùng nhau** (góc 0°);
- Kim giờ và kim phút **thẳng hàng đối nhau** (tạo thành góc bẹt 180°).



Trùng nhau: 3h 16 4/11 phút



Thẳng hàng: 3h 49 1/11 phút

(Nguồn: Tuyển tập bài toán Góc đồng hồ bồi dưỡng HSG Toán 6 & CLB Toán học Hà Nội)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Lúc 7 giờ 17 phút (đo góc theo chiều kim đồng hồ kể từ số 12):

- Vị trí kim giờ là: $7 \cdot 30^\circ + 17 \cdot 0{,}5^\circ = 210^\circ + 8{,}5^\circ = 218{,}5^\circ$.
- Vị trí kim phút là: $17 \cdot 6^\circ = 102^\circ$.

Vậy góc tạo bởi kim giờ và kim phút lúc 7 giờ 17 phút là:

$$218{,}5^\circ - 102^\circ = 116{,}5^\circ$$

b) Xét thời điểm 3 giờ t phút ($0 < t < 60$). Lúc 3 giờ đúng, kim giờ ở vị trí 90° (chỉ số 3) còn kim phút ở vị trí 0° (chỉ số 12), tức kim giờ đi trước kim phút 90°.

Mỗi phút, kim phút quay 6° còn kim giờ quay $0{,}5^\circ$, nên kim phút đuổi kịp kim giờ với hiệu vận tốc góc là:

$$6^\circ - 0{,}5^\circ = 5{,}5^\circ/\text{phút} = \frac{11}{2}\,^\circ/\text{phút}$$

- **Để hai kim trùng nhau:** Kim phút phải đuổi kịp khoảng cách 90° ban đầu, nên:

$$\frac{11}{2}\cdot t = 90 \implies t = \frac{180}{11} = 16\frac{4}{11}\ (\text{phút})$$

Vậy hai kim trùng nhau lúc 3 giờ $16\dfrac{4}{11}$ phút.

- **Để hai kim thẳng hàng đối nhau (góc 180°):** Kim phút không những phải đuổi kịp kim giờ (90°) mà còn phải vượt lên trước kim giờ thêm 180°, tức tổng góc kim phút đi nhiều hơn kim giờ là $90^\circ + 180^\circ = 270^\circ$:

$$\frac{11}{2}\cdot t = 270 \implies t = \frac{540}{11} = 49\frac{1}{11}\ (\text{phút})$$

Vậy hai kim tạo thành góc bẹt lúc 3 giờ $49\dfrac{1}{11}$ phút.

> **NHẬN XÉT:** Coi bài toán hai kim đồng hồ như bài toán **chuyển động đuổi nhau trên vòng tròn** với hiệu vận tốc góc không đổi $\dfrac{11}{2}\,^\circ/\text{phút}$ (hoặc $\dfrac{11}{12}$ khoảng giờ mỗi giờ) giúp giải gọn mọi câu hỏi tìm thời điểm mà không cần công thức rườm rà! Chú ý kiểm tra $0 < t < 60$ để bảo đảm thời điểm rơi đúng trong khoảng 3 giờ đến 4 giờ.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN TƯƠNG TỰ — ĐỔI SỐ & BIẾN THỂ (3 BÀI)

Bài tự luyện 5.1. (Tương tự Bài 121) Trên đường thẳng mn lấy điểm O. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ mn, vẽ hai tia Oa, Ob sao cho Oa nằm giữa Om, Ob và $\widehat{mOa} = 35^\circ$, $\widehat{aOb} = 55^\circ$, $\widehat{bOn} = 90^\circ$. Liệt kê tất cả các góc đỉnh O (kể cả góc bẹt), tính số đo từng góc và phân loại nhọn, vuông, tù, bẹt.

Bài tự luyện 5.2. (Tương tự Bài 122) Tính số đo góc tạo bởi kim giờ và kim phút trên mặt đồng hồ lúc 2 giờ đúng, 7 giờ đúng và 9 giờ đúng; cho biết mỗi góc thuộc loại nào.

Bài tự luyện 5.3. (Tương tự Bài 123) Tính số đo góc tạo bởi kim giờ và kim phút lúc 4 giờ 30 phút và lúc 9 giờ 40 phút.

ĐÁP SỐ & HƯỚNG DẪN VẮN TẮT — CHUYÊN ĐỀ 5

Bài	Đáp số / Kết luận	Hướng dẫn mấu chốt
Bài 5.1	Có 6 góc: **nhọn** ($\widehat{mOa} = 35^\circ, \widehat{aOb} = 55^\circ$); **vuông** ($\widehat{mOb} = 90^\circ, \widehat{bOn} = 90^\circ$); **tù** ($\widehat{aOn} = 145^\circ$); **bẹt** ($\widehat{mOn} = 180^\circ$).	Có 4 tia chung gốc O nên có $\dfrac{4\cdot 3}{2} = 6$ góc. Tính $\widehat{mOb} = 35^\circ + 55^\circ = 90^\circ$, $\widehat{aOn} = 55^\circ + 90^\circ = 145^\circ$, $\widehat{mOn} = 180^\circ$.
Bài 5.2	2 giờ: 60° (góc nhọn); 7 giờ: 150° (góc tù); 9 giờ: 90° (góc vuông).	Mỗi khoảng giờ ứng với 30°. Với 7 giờ và 9 giờ, lấy số khoảng giờ nhỏ hơn về phía số 12 ($12 - 7 = 5$ và $12 - 9 = 3$).

Bài	Đáp số / Kết luận	Hướng dẫn mấu chốt
Bài 5.3	**Lúc** 4 **giờ** 30 **phút:** 45°**; lúc** 9 **giờ** 40 **phút:** 50°**.**	Góc kim giờ $= 30h + 0{,}5m$, góc kim phút $= 6m$, rồi lấy hiệu dương (nếu vượt 180° thì lấy 360° trừ đi).

HỌC CÙNG THẦY THẾ ANH & TỦ SÁCH TOÁN 6

🔒 ĐẶT NHẬN BẢN ĐẦY ĐỦ QUYỂN 3 (135 TRANG A4 • 250 BÀI HÌNH HỌC + 55 HÌNH SVG)

Bản đầy đủ gồm **150 bài tinh tuyển giải chi tiết** + **100 bài tự luyện đổi số** kèm Đáp số & Hướng dẫn, kiểm định SymPy 100%.

👉 Nhắn tin trực tiếp qua **Zalo 0986 683 218** với mã sách: **T6Q3** (hoặc quét mã QR bên dưới)!

📚 TRỌN BỘ 5 QUYỂN "CHINH PHỤC ĐIỂM 9–10 & HỌC SINH GIỎI TOÁN 6"

- **Quyển 1:** Số học nâng cao, Lũy thừa & Chia hết *(180 + 180 bài — Đã xuất bản)*.
- **Quyển 2:** Phân số nâng cao, Tổng dãy quy luật & Bất đẳng thức *(150 + 150 bài — Đã xuất bản)*.
- **Quyển 3:** Hình học trực quan thực tế & Hình học phẳng nâng cao *(150 + 100 bài — Đã xuất bản)*.
- **Quyển 4:** Toán thực tế VDC, Tổ hợp – Dirichlet – Logic & Xác suất *(120 + 80 bài)*.
- **Quyển 5:** 30 Đề thi Học sinh giỏi Toán 6 chọn lọc chuẩn GDPT 2018 *(Đã xuất bản)*.

BIÊN SOẠN & BẢN QUYỀN

Thầy Thế Anh (ThS. Nguyễn Thế Anh)

Điện thoại / Zalo: **0986 683 218**

Website: **thaytheanh.com** • **vipstudy.vn**

Quét mã QR để nhắn Zalo cho thầy, đăng kí học thử hoặc tham gia Nhóm học tập Toán THCS – hỏi đáp bài tập & nhận bộ đề HSG mới nhất.

Zalo Thầy Thế Anh
0986 683 218

Nhóm học tập Zalo
Quét để tham gia

© Bản quyền biên soạn thuộc về **Thầy Thế Anh (ThS. Nguyễn Thế Anh)** • thaytheanh.com • vipstudy.vn
Toàn bộ 250 bài Hình học & 55 hình vẽ SVG đã qua kiểm định tự động (SymPy 250/250 PASS).