TỦ SÁCH CHINH PHỤC ĐIỂM 9–10 & HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

QUYỂN 4 / 5 • ĐẶC SẢN CHƯƠNG TRÌNH MỚI GDPT 2018

TOÁN THỰC TẾ VẬN DỤNG CAO, TỔ HỢP – DIRICHLET – LOGIC & XÁC SUẤT

120 Bài Toán Tinh Tuyển (2 Tầng: 9–10 & HSG) + 80 Bài Tự Luyện Đổi Số

Tuyển chọn từ đề thi HSG & đề kiểm tra GDPT 2018 (2021 – 2027) • Kiểm định SymPy 100%

BẢN ĐỌC THỬ MIỄN PHÍ • ĐỦ 5 CHUYÊN ĐỀ (15 BÀI MẪU + 15 BÀI TỰ LUYỆN)

CHINH PHỤC CÁC DẠNG TOÁN PHÂN LOẠI MỚI NHẤT CỦA GDPT 2018

- ✓ **Trọn bộ 200 bài Thực tế, Tổ hợp & Xác suất chọn lọc:** 120 bài mẫu giải chi tiết (72 Tầng 1 chốt 9–10 + 48 Tầng 2 HSG Quận/Huyện) và 80 bài tự luyện đổi số kèm Đáp số – Hướng dẫn.
- ✓ **Phủ trọn 5 mảng "đặc sản" của đề mới:** Tài chính – Giảm giá kép – Lãi suất, Toán thực tế đời sống – Công việc chung, Sơ đồ Ven 2–3 tập hợp, Nguyên lí Dirichlet – Bất biến – Trò chơi, và Xác suất thực nghiệm – Biểu đồ thống kê.
- ✓ **Kiểm định toán học 100% bằng SymPy (200/200 PASS):** kiểm chứng độc lập từng bài tài chính, xác suất, bù trừ tập hợp và lập luận tổ hợp.

Chuyên đề 1: Toán thực tế Tỉ số phần trăm & Tài chính – Tiêu dùng
Bài 1–30 (30 tinh tuyển + 16 tự luyện)

Chuyên đề 2: Toán thực tế Chia hết, Chuyển động & Công việc chung
Bài 31–50 (20 tinh tuyển + 16 tự luyện)

Chuyên đề 3: Tập hợp nâng cao & Bài toán Sơ đồ Ven
Bài 51–70 (20 tinh tuyển + 16 tự luyện)

Chuyên đề 4: Nguyên lí Dirichlet, Bất biến – Logic & Đếm đường đi
Bài 71–100 (30 tinh tuyển + 16 tự luyện)

Chuyên đề 5: Biểu đồ thống kê & Xác suất thực nghiệm nâng cao
Bài 101–120 (20 tinh tuyển + 16 tự luyện)

BIÊN SOẠN & BẢN QUYỀN

Thầy Thế Anh (ThS. Nguyễn Thế Anh)

Điện thoại / Zalo: **0986 683 218**

Website: **thaytheanh.com** • **vipstudy.vn**

Quét mã QR để nhắn Zalo cho thầy, đăng kí học thử hoặc tham gia Nhóm học tập Toán THCS – hỏi đáp bài tập & nhận bộ đề HSG mới nhất.

Zalo Thầy Thế Anh
0986 683 218

Nhóm học tập Zalo
Quét để tham gia

LỜI NÓI ĐẦU & TƯ DUY MÔ HÌNH HÓA TOÁN 6 GDPT 2018

Các em học sinh, quý phụ huynh và quý thầy cô thân mến,

Điểm đổi mới rõ rệt nhất của đề thi Toán 6 theo chương trình **GDPT 2018** là sự bùng nổ của các bài **Toán thực tế tài chính – tiêu dùng** (giảm giá kép, hóa đơn điện nước bậc thang, lãi suất ngân hàng), **Thống kê & Xác suất thực nghiệm**, kết hợp với các bài **Sơ đồ Ven, Nguyên lí Dirichlet và Bất biến – Trò chơi chiến thuật** ở câu phân loại điểm 10 và câu Bài 5 đề thi HSG.

Quyển 4: Toán thực tế vận dụng cao, Tổ hợp – Dirichlet – Logic & Xác suất thống kê hoàn thiện mảnh ghép chuyên đề cuối cùng của Bộ 5 Quyển Toán 6, mang đến **200 bài toán (120 tinh tuyển + 80 tự luyện)** chuẩn mực, thực tiễn và sắc bén.

Chúc các em rèn luyện tư duy mô hình hóa thật nhạy bén và tự tin xử lí mọi bài toán lạ!
Thầy Thế Anh

4 CHÌA KHÓA TƯ DUY MỞ MỌI BÀI TOÁN THỰC TẾ & TỔ HỢP

1 • Tách mốc % chính xác
Giảm $a\%$ rồi giảm tiếp $b\%$ trên giá đã giảm cho giá mới bằng $(100\% - a\%)(100\% - b\%)$, tuyệt đối không cộng gộp thành $(a + b)\%$!

2 • Chọn đại lượng bất biến
Với bài chuyển sách/người giữa hai nhóm, chọn *tổng không đổi* làm đơn vị 1; với trò chơi/xé giấy, tìm *số dư bất biến* sau mỗi lượt.

3 • Sơ đồ Ven chống đếm trùng
Luôn vẽ nhanh sơ đồ Ven và dùng công thức $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$ (nhớ trừ phần giao bị đếm lặp!).

4 • Dựng "chuồng" Dirichlet khéo
Nghệ thuật dùng Nguyên lí Dirichlet nằm ở bước xây dựng *tập chuồng* (số dư chia m, cặp số có tổng cố định, chia hình thành miền nhỏ).

QUY ƯỚC PHÂN TẦNG & MỨC ĐỘ ★

Tầng / Mức độ	Kí hiệu	Mục tiêu năng lực & Đối tượng phù hợp
Tầng 1 • Nền tảng 9đ	★☆☆	Toán giảm giá, lãi suất, biểu đồ cột, xác suất thực nghiệm cơ bản & Sơ đồ Ven 2 tập hợp.
Tầng 1 • Chốt 9,5–10đ	★★☆	Hóa đơn bậc thang, công việc chung 3 nhóm, bài toán ngược tìm số lần gieo, Ven 3 tập hợp & Dirichlet số dư.
Tầng 2 • Học sinh giỏi	★★★	Đề HSG Quận/Huyện & CLC: Dirichlet hai tầng, Dirichlet hình học, bất biến trò chơi chiến thuật, đếm đường đi/cầu thang Fibonacci & xác suất kết hợp số học.

MỤC LỤC CHI TIẾT

Lời nói đầu & 4 Chìa khóa tư duy GDPT 2018 2

CHUYÊN ĐỀ 1. TOÁN THỰC TẾ TỈ SỐ PHẦN TRĂM & TÀI CHÍNH – TIÊU DÙNG (30 + 16 bài) 4

A. Phương pháp & B. Bài tập tinh tuyển giải chi tiết (Bài 1 – 30) 5

C. Bài tập tự luyện tương tự & Đáp số – Hướng dẫn (16 bài) 7

CHUYÊN ĐỀ 2. TOÁN THỰC TẾ CHIA HẾT, CHUYỂN ĐỘNG & CÔNG VIỆC CHUNG (20 + 16 bài) 8

A. Phương pháp & B. Bài tập tinh tuyển giải chi tiết (Bài 31 – 50) 9

C. Bài tập tự luyện tương tự & Đáp số – Hướng dẫn (16 bài) 11

CHUYÊN ĐỀ 3. TẬP HỢP NÂNG CAO & BÀI TOÁN SƠ ĐỒ VEN (20 + 16 bài) 12

A. Phương pháp & B. Bài tập tinh tuyển giải chi tiết (Bài 51 – 70) 13

C. Bài tập tự luyện tương tự & Đáp số – Hướng dẫn (16 bài) 16

CHUYÊN ĐỀ 4. NGUYÊN LÍ DIRICHLET, BẤT BIẾN – LOGIC & ĐẾM ĐƯỜNG ĐI (30 + 16 bài) 17

A. Phương pháp & B. Bài tập tinh tuyển giải chi tiết (Bài 71 – 100) 17

C. Bài tập tự luyện tương tự & Đáp số – Hướng dẫn (16 bài) 19

CHUYÊN ĐỀ 5. BIỂU ĐỒ THỐNG KÊ & XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM NÂNG CAO (20 + 16 bài) 21

A. Phương pháp & B. Bài tập tinh tuyển giải chi tiết (Bài 101 – 120) 22

C. Bài tập tự luyện tương tự & Đáp số – Hướng dẫn (16 bài) 25

Nhận bản đầy đủ & Học cùng Thầy Thế Anh 26

📌 **Về Bản Đọc Thử Miễn Phí:** Bản đầy đủ gồm **105 trang A4 (120 bài tinh tuyển + 80 bài tự luyện = 200 bài)**. Bản đọc thử gửi tặng đủ 5 bảng Phương pháp cùng **15 bài mẫu giải chi tiết + 15 bài tự luyện kèm đáp số**.

CHUYÊN ĐỀ 1 / 5 • TRÍCH ĐOẠN ĐỌC THỬ (3 BÀI MẪU + 3 TỰ LUYỆN)

Toán thực tế Tỉ số phần trăm & Tài chính – Tiêu dùng

Các bài toán thực tế về tỉ số phần trăm, giảm giá kép, lãi suất ngân hàng, hóa đơn điện nước bậc thang và so sánh phương án mua sắm là điểm nhấn đặc trưng của chương trình Toán 6 GDPT 2018 trong mọi đề kiểm tra học kì II và đề thi Học sinh giỏi cấp Trường, Quận/Huyện. Chuyên đề hệ thống hóa 30 bài toán tinh tuyển chia 2 tầng năng lực (chốt điểm 9–10 và HSG) cùng 16 bài tự luyện đổi số, giúp học sinh nắm vững tư duy tách mốc phần trăm, chọn đại lượng bất biến và trình bày lời giải chuẩn mực không mắc bẫy.

A. TÓM TẮT PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH

1. Giá niêm yết – Giảm giá liên tiếp & Thẻ VIP

Nếu sản phẩm có giá niêm yết G được giảm $a\%$ thì giá mới là $G \cdot (100\% - a\%)$. Khi giảm liên tiếp lần 1 là $a\%$, lần 2 là $b\%$ **trên giá đã giảm** (như thẻ VIP, thanh toán QR), giá thực trả là $G \cdot (100\% - a\%) \cdot (100\% - b\%)$ — **tuyệt đối không cộng gộp** thành giảm $(a + b)\%$. Bài toán ngược tìm giá niêm yết: lấy giá thực trả chia cho tích các hệ số còn lại.

2. Giá vốn – Lãi/Lỗ – Thuế VAT & Lãi suất tiết kiệm

Tỉ lệ lãi hoặc lỗ mặc định luôn tính trên **giá vốn**: bán lãi $a\%$ thì $\text{Giá bán} = \text{Vốn} \cdot (100\% + a\%)$; bán lỗ $b\%$ thì $\text{Giá bán} = \text{Vốn} \cdot (100\% - b\%)$. Thuế VAT $t\%$ tính trên giá sau khuyến mãi: $\text{Thực trả} = \text{Giá sau giảm} \cdot (100\% + t\%)$. Với tiết kiệm kỳ hạn 1 năm lãi suất $r\%$/năm: $\text{Tiền lãi} = \text{Gốc} \cdot r\%$; nếu gửi nhập lãi năm sau thì gốc năm 2 chính là tổng gốc và lãi của năm 1.

3. Bài toán bậc thang (điện, nước, taxi) & Tối ưu mua sắm

Với biểu giá bậc thang, **tách tổng lượng tiêu thụ vào đúng từng định mức** rồi nhân với đơn giá tương ứng; ở bài toán ngược, tính mốc tiền tối đa của từng bậc để xác định xem hóa đơn rơi vào bậc nào rồi trừ ngược. Khi so sánh các gói khuyến mãi (giảm phần trăm, mua m tặng k, mã giảm có trần tối đa), quy toàn bộ về **tổng chi phí thực trả** để kết luận chính xác phương án tối ưu.

4. Tỉ số phần trăm pha trộn & Tăng giảm hai đại lượng

Với bài toán thêm nước, thêm chất nguyên chất hay phơi sấy hạt tươi thành hạt khô, tìm **đại lượng bất biến** (lượng muối, lượng thiếc, lượng chất khô không đổi) rồi dùng quy tắc tìm một số biết giá trị phần trăm của nó. Với pha trộn hai dung dịch khác nồng độ hoặc chia vốn theo hai mức lãi suất, vận dụng linh hoạt phương pháp **giả thiết tạm** lớp 6. Khi hai đại lượng cùng thay đổi (như chiều dài – chiều rộng, giá vé – lượng khách), nhân hai hệ số phần trăm mới để tìm tỉ số phần trăm của tích.

B. HỆ THỐNG BÀI TẬP TINH TUYỂN & LỜI GIẢI CHI TIẾT

TẦNG 1: CHỐT ĐIỂM 9 – 10 THI TRƯỜNG & KHẢO SÁT (2 BÀI)

Bài 1 Giảm giá hai lần liên tiếp & Thẻ VIP • Tầng 1 • 9–10đ ★★☆

Nhân dịp khai giảng năm học mới, một cửa hàng đồ dùng học tập giảm giá 20% cho tất cả các mẫu ba lô. Khách hàng có thẻ học sinh thân thiết được giảm tiếp 10% trên giá đã giảm. Bạn Nam có thẻ học sinh thân thiết đến mua một chiếc ba lô có giá niêm yết $450\,000$ đồng.

a) Tính số tiền bạn Nam phải trả khi mua chiếc ba lô đó.

b) Hỏi tổng cộng chiếc ba lô đã được giảm bao nhiêu phần trăm so với giá niêm yết ban đầu?



(Nguồn: Đề kiểm tra cuối HK2 Toán 6 chuẩn GDPT 2018, Hà Nội & TP.HCM)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Sau khi giảm giá lần thứ nhất 20%, giá bán của chiếc ba lô bằng $100\% - 20\% = 80\%$ giá niêm yết:

$$450\,000 \cdot 80\% = 450\,000 \cdot 0{,}8 = 360\,000 \text{ (đồng)}$$

Vì bạn Nam có thẻ học sinh thân thiết nên được giảm tiếp 10% trên giá đã giảm, tức là phải trả $100\% - 10\% = 90\%$ của $360\,000$ đồng:

$$360\,000 \cdot 90\% = 360\,000 \cdot 0{,}9 = 324\,000 \text{ (đồng)}$$

b) Tổng số tiền chiếc ba lô đã được giảm so với giá niêm yết là:

$$450\,000 - 324\,000 = 126\,000 \text{ (đồng)}$$

Tỉ số phần trăm tổng cộng chiếc ba lô đã được giảm so với giá niêm yết ban đầu là:

$$\frac{126\,000}{450\,000} \cdot 100\% = 28\%$$

Vậy bạn Nam phải trả $324\,000$ đồng và chiếc ba lô đã được giảm tổng cộng 28%.

NHẬN XÉT: Bẫy kinh điển học sinh hay mắc nhất là cộng gộp $20\% + 10\% = 30\%$. Thực chất giảm 10% lần sau tính trên **giá đã giảm** (80% giá gốc) nên mức giảm thực tế chỉ là $100\% - 80\% \cdot 90\% = 28\%$.

Bài 10 Bán hai lô hàng (lãi/lỗ khác nhau) & Tính kết quả kinh doanh • Tầng 1 • 9–10đ ★★★

Một tiểu thương nhập về 100 kg cam sành với giá vốn $24\,000$ đồng/kg. Trong ngày đầu, người đó bán được 70 kg với giá bán lãi 25% so với giá vốn. Số cam còn lại bị hơi héo nên ngày hôm sau người đó bán hết với giá lỗ 10% so với giá vốn. Hỏi sau khi bán hết 100 kg cam, tiểu thương lãi hay lỗ bao nhiêu tiền và đạt tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với tổng vốn?

(Nguồn: Đề kiểm tra cuối HK2 Toán 6, TP. Thủ Đức – TP. Hồ Chí Minh)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Tổng số tiền vốn nhập 100 kg cam là:

$$100 \cdot 24\,000 = 2\,400\,000 \text{ (đồng)}$$

Giá bán mỗi ki-lô-gam cam trong ngày đầu (lãi 25%) là:

$$24\,000 \cdot (100\% + 25\%) = 24\,000 \cdot 1{,}25 = 30\,000 \text{ (đồng/kg)}$$

Số tiền thu được khi bán 70 kg cam ngày đầu là:

$$70 \cdot 30\,000 = 2\,100\,000 \text{ (đồng)}$$

Số cam còn lại bán vào ngày hôm sau là $100 - 70 = 30$ (kg). Giá bán mỗi ki-lô-gam cam ngày hôm sau (lỗ 10%) là:

$$24\,000 \cdot (100\% - 10\%) = 24\,000 \cdot 0{,}9 = 21\,600 \text{ (đồng/kg)}$$

Số tiền thu được trong ngày hôm sau là:

$$30 \cdot 21\,600 = 648\,000 \text{ (đồng)}$$

Tổng doanh thu sau khi bán hết 100 kg cam là:

$$2\,100\,000 + 648\,000 = 2\,748\,000 \text{ (đồng)}$$

Vì $2\,748\,000 > 2\,400\,000$ nên tiểu thương có lãi. Số tiền lãi là:

$$2\,748\,000 - 2\,400\,000 = 348\,000 \text{ (đồng)}$$

Tỉ lệ phần trăm lãi so với tổng tiền vốn là:

$$\frac{348\,000}{2\,400\,000} \cdot 100\% = 14{,}5\%$$

Vậy tiểu thương lãi $348\,000$ đồng, bằng $14{,}5\%$ tổng tiền vốn.

NHẬN XÉT: Một cách kiểm tra siêu nhanh: 70% lượng hàng lãi 25% và 30% lượng hàng lỗ 10%, nên tỉ lệ lãi chung đúng bằng $70\% \cdot 25\% - 30\% \cdot 10\% = 17{,}5\% - 3\% = 14{,}5\%$!

TẦNG 2: VƯƠN TẦM HỌC SINH GIỎI QUẬN/HUYỆN & CLC (1 BÀI)

Bài 19 Giảm giá 3 tầng liên tiếp & Tìm tỉ lệ giảm ẩn • Tầng 2 • HSG ★★★★

Một chiếc máy tính xách tay có giá niêm yết $20\,000\,000$ đồng. Trong tuần lễ vàng, cửa hàng giảm 10% cho tất cả khách hàng; khách là học sinh – sinh viên được giảm thêm 5% trên giá đã giảm; ngoài ra nếu thanh toán chuyển khoản thì tiếp tục được giảm thêm $x\%$ trên giá sau hai lần giảm đầu. Bạn Khánh là học sinh, thanh toán chuyển khoản nên chỉ phải trả $16\,416\,000$ đồng.

a) Tìm x.

b) Tính tổng tỉ lệ phần trăm bạn Khánh đã được giảm so với giá niêm yết ban đầu.

(Nguồn: Đề thi chọn HSG Toán 6, Quận Hoàn Kiếm – Hà Nội)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Giá chiếc máy tính sau lần giảm thứ nhất (10%) là:

$$20\,000\,000 \cdot (100\% - 10\%) = 18\,000\,000 \text{ (đồng)}$$

Giá chiếc máy tính sau lần giảm thứ hai (5% trên giá đã giảm) là:

$$18\,000\,000 \cdot (100\% - 5\%) = 18\,000\,000 \cdot 0{,}95 = 17\,100\,000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bạn Khánh được giảm thêm ở lần thứ ba (do chuyển khoản) là:

$$17\,100\,000 - 16\,416\,000 = 684\,000 \text{ (đồng)}$$

Tỉ số phần trăm giảm ở lần thứ ba so với giá sau hai lần giảm đầu là:

$$x\% = \frac{684\,000}{17\,100\,000} \cdot 100\% = 4\% \implies x = 4$$

b) Tổng số tiền bạn Khánh được giảm so với giá niêm yết ban đầu là:

$$20\,000\,000 - 16\,416\,000 = 3\,584\,000 \text{ (đồng)}$$

Tổng tỉ lệ phần trăm đã được giảm so với giá niêm yết là:

$$\frac{3\,584\,000}{20\,000\,000} \cdot 100\% = 17{,}92\%$$

Vậy $x = 4$ và tổng tỉ lệ giảm giá thực tế là $17{,}92\%$.

NHẬN XÉT: Trong bài toán giảm giá 3 tầng, mỗi tầng giảm luôn tính trên **số dư của tầng ngay trước đó**. Kiểm tra lại bằng tích hệ số: $0{,}9 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}96 = 0{,}8208 = 82{,}08\% \implies$ tổng giảm đúng $100\% - 82{,}08\% = 17{,}92\%$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN TƯƠNG TỰ — ĐỔI SỐ & BIẾN THỂ (3 BÀI)

Bài tự luyện 1.1. (Tương tự Bài 1) Một đôi giày chạy bộ có giá niêm yết $600\,000$ đồng. Cửa hàng giảm 15% nhân dịp khai trương, sau đó khách có thẻ VIP được giảm thêm 10% trên giá đã giảm. Tính số tiền khách VIP phải trả và tổng tỉ lệ phần trăm đôi giày đã được giảm.

Bài tự luyện 1.2. (Tương tự Bài 2) Một chiếc đồng hồ đeo tay được cửa hàng giảm giá 20%, sau đó khách thanh toán qua mã QR được giảm tiếp 10% trên giá đã giảm nên chỉ phải trả $1\,080\,000$ đồng. Tìm giá niêm yết ban đầu của chiếc đồng hồ.

Bài tự luyện 1.3. (Tương tự Bài 4) Một cửa hàng giảm 20% cho áo khoác và giảm 10% cho quần jeans. Bạn Hùng mua 1 áo khoác và 1 quần jeans có tổng giá niêm yết $900\,000$ đồng, khi thanh toán phải trả $760\,000$ đồng. Tìm giá niêm yết của mỗi sản phẩm.

ĐÁP SỐ & HƯỚNG DẪN VẮN TẮT — CHUYÊN ĐỀ 1

Bài	Đáp số / Kết luận	Hướng dẫn mấu chốt
Bài 1.1	**Trả $459\,000$ đồng; tổng giảm $23{,}5\%$.**	Giá sau lần 1: $600\,000 \cdot 85\% = 510\,000$ đồng; nhân tiếp 90% để tìm giá thực trả, rồi lấy số tiền giảm chia cho $600\,000$.
Bài 1.2	$1\,500\,000$ **đồng.**	Chia ngược hai bước: $1\,080\,000 : 90\% = 1\,200\,000$ đồng, sau đó chia tiếp cho 80%.
Bài 1.3	**Áo khoác $500\,000$ đồng; quần jeans $400\,000$ đồng.**	Tổng tiền giảm là $140\,000$ đồng. Giả sử cả hai món đều giảm 10% thì giảm $90\,000$ đồng; phần chênh $50\,000$ đồng ứng với 10% giá áo khoác.

CHUYÊN ĐỀ 2 / 5 • TRÍCH ĐOẠN ĐỌC THỬ (3 BÀI MẪU + 3 TỰ LUYỆN)

Toán thực tế Chia hết, Đố vui đời sống, Chuyển động & Công việc chung

Các bài toán thực tế về chia nhóm, chu kì lịch – thời gian, đại lượng không đổi, công việc chung và chuyển động đều luôn là nhóm câu hỏi phân hóa đặc sắc trong đề kiểm tra cuối kì và đề thi Học sinh giỏi Toán 6 theo chương trình GDPT 2018. Không cần đến hệ phương trình bậc nhất của các lớp trên, học sinh lớp 6 hoàn toàn có thể chinh phục trọn vẹn dạng toán này bằng tư duy ƯCLN – BCNN, phân tích số phần theo đại lượng bất biến và quy về năng suất trong 1 đơn vị thời gian. Chuyên đề hệ thống hóa 20 bài toán tinh tuyển (12 bài Tầng 1 chốt điểm 9–10 và 8 bài Tầng 2 HSG Quận/Huyện, Tỉnh) cùng 16 bài tự luyện đối số kèm đáp số và hướng dẫn chi tiết.

A. TÓM TẮT PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH

1. Mô hình hóa bài toán chia nhóm – chu kì bằng ƯCLN, BCNN & phép chia có dư

Khi chia đều nhiều loại vật phẩm vào số phần quà lớn nhất có thể, số phần quà chính là ƯCLN của các đại lượng. Khi nhiều sự kiện lặp lại theo chu kì a, b, c, khoảng thời gian ngắn nhất để chúng tái diễn đồng thời là $\text{BCNN}(a, b, c)$. Với bài toán xếp hàng thừa cùng số dư r thì $x - r \vdots \text{BCNN}$; thiếu cùng d đơn vị thì $x + d \vdots \text{BCNN}$; còn nếu các số dư khác nhau theo quy luật tuyến tính (ví dụ $2x - 1$ cùng chia hết cho các số chia), hãy nhân thêm hệ số thích hợp rồi đưa về BCNN. Với bài toán lịch tuần, lấy tổng số ngày chênh lệch chia cho 7 để xác định thứ.

2. Tìm đại lượng không đổi (tổng không đổi, hiệu không đổi, một phần không đổi)

Bí quyết giải bài toán phân số – tỉ số lớp 6 không dùng ẩn phụ là nhận diện **đại lượng bất biến** rồi chọn đại lượng đó làm đơn vị 1: (i) **Chuyển qua lại giữa hai nhóm** $\Rightarrow$ *tổng không đổi*, đổi tỉ số $\frac{a}{b}$ giữa hai nhóm thành $\frac{a}{a+b}$ của tổng; (ii) **Bài toán tuổi** $\Rightarrow$ *hiệu số tuổi không đổi*, đổi tỉ số $\frac{a}{b}$ $(a < b)$ thành $\frac{a}{b-a}$ của hiệu; (iii) **Chỉ thêm/bớt một nhóm** $\Rightarrow$ *nhóm còn lại không đổi*, quy mọi tỉ số về theo nhóm đứng yên. Với bài toán đố điểm số, dùng **giả thiết tạm** (giả sử đúng hết rồi tính độ chênh lệch mỗi câu).

3. Bài toán công việc chung – vòi nước (quy về năng suất 1 giờ / 1 ngày)

Coi toàn bộ công việc (hoặc đầy bể nước) là đơn vị 1. Nếu đối tượng làm riêng hết a giờ thì mỗi giờ làm được $\frac{1}{a}$ công việc. Khi làm chung, tổng năng suất bằng tổng các năng suất thành phần $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$; nếu có vòi chảy vào ($a$ giờ đầy) và vòi tháo ra (b giờ cạn), lượng nước thực tăng mỗi giờ là $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$. Ở mức độ HSG, dùng kĩ thuật **cộng cặp** $2(A + B + C)$ hoặc **tách ghép thời gian làm riêng** thành thời gian làm chung cộng phần dư làm riêng.

4. Bài toán chuyển động đều, ngược chiều – cùng chiều – dòng nước

Ba công thức nền tảng: $s = v \cdot t$, $v = \frac{s}{t}$, $t = \frac{s}{v}$. Khi hai vật cùng xuất phát cách nhau s: đi **ngược chiều** gặp nhau sau $t_{\text{ng}} = \frac{s}{v_1 + v_2}$; đi **cùng chiều** đuổi kịp nhau sau $t_{\text{c}} = \frac{s}{v_1 - v_2}$ $(v_1 > v_2)$. Trên dòng nước: $v_{\text{xuôi}} = v_{\text{thực}} + v_{\text{nước}}$, $v_{\text{ngược}} = v_{\text{thực}} - v_{\text{nước}}$, suy ra $v_{\text{xuôi}} - v_{\text{ngược}} = 2v_{\text{nước}}$ (cụm bèo trôi với vận tốc $v_{\text{nước}}$). Với bài toán gặp nhau lần thứ hai trên đoạn AB, tổng quãng đường hai người đi được bằng $3AB$; với bài toán kim đồng hồ, hiệu vận tốc hai kim là $\frac{11}{12}$ vòng/giờ.

B. HỆ THỐNG BÀI TẬP TINH TUYỂN & LỜI GIẢI CHI TIẾT

TẦNG 1: CHỐT ĐIỂM 9 – 10 THI TRƯỜNG & KHẢO SÁT (2 BÀI)

Bài 31 Chia quà tối đa bằng ƯCLN • Tầng 1 • 9–10đ ★★☆

Trong đợt thiện nguyện "Tết ấm vùng cao", câu lạc bộ Toán 6 chuẩn bị 180 quyển vở, 126 chiếc bút bi và 90 hộp màu sáp để chia đều vào các phần quà sao cho số quyển vở, số chiếc bút bi và số hộp màu sáp ở mỗi phần quà là như nhau. Hỏi có thể chia được nhiều nhất bao nhiêu phần quà? Khi đó, mỗi phần quà có bao nhiêu quyển vở, bao nhiêu chiếc bút bi và bao nhiêu hộp màu sáp?

(Nguồn: Đề kiểm tra học kì I Toán 6 năm học 2024 – 2025 (chuẩn GDPT 2018))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Gọi số phần quà nhiều nhất có thể chia được là x (phần quà, $x \in \mathbb{N}^*$).

Vì 180 quyển vở, 126 chiếc bút bi và 90 hộp màu sáp đều được chia đều vào x phần quà nên:

$$180 \vdots x, \quad 126 \vdots x, \quad 90 \vdots x$$

và x lớn nhất có thể. Do đó $x = \text{ƯCLN}(180, 126, 90)$.

Phân tích các số ra thừa số nguyên tố:

- $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
- $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$
- $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

Chọn các thừa số nguyên tố chung với số mũ nhỏ nhất là 2 và 3^2, ta được:

$$x = \text{ƯCLN}(180, 126, 90) = 2 \cdot 3^2 = 18$$

Khi chia thành 18 phần quà, số lượng mỗi loại trong một phần quà là:

- Số quyển vở: $180 : 18 = 10$ (quyển).
- Số chiếc bút bi: $126 : 18 = 7$ (chiếc).
- Số hộp màu sáp: $90 : 18 = 5$ (hộp).

Kết luận: Có thể chia được nhiều nhất 18 phần quà; mỗi phần quà gồm 10 quyển vở, 7 chiếc bút bi và 5 hộp màu sáp.

NHẬN XÉT: Trong bài toán chia đều nhiều loại vật phẩm, luôn phải nêu rõ điều kiện $x \in \mathbb{N}^*$ và lí do $x = \text{ƯCLN}$ (chia hết đồng thời + yêu cầu "nhiều nhất"), sau đó không quên bước cuối tính số lượng từng loại trong mỗi phần quà.

Bài 37 Đại lượng không đổi – Tổng không đổi • Tầng 1 • 9–10đ ★★★

Thư viện trường có hai ngăn sách A và B. Ban đầu, số sách ở ngăn A bằng $\frac{3}{5}$ số sách ở ngăn B. Sau khi cô thủ thư chuyển 15 quyển sách từ ngăn B sang ngăn A thì số sách ở ngăn A bằng $\frac{7}{9}$ số sách ở ngăn B. Tính số sách ban đầu ở mỗi ngăn.

(Nguồn: Đề kiểm tra học kì II Toán 6 năm học 2025 – 2026 (tổng hợp))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Khi chuyển sách từ ngăn B sang ngăn A thì **tổng số sách ở cả hai ngăn không đổi**. Ta chọn tổng số sách của cả hai ngăn làm đơn vị 1.

- Ban đầu, số sách ngăn A bằng $\frac{3}{5}$ số sách ngăn B, nên số sách ngăn A chiếm:
$$\frac{3}{3+5} = \frac{3}{8} \text{ (tổng số sách)}$$
- Sau khi chuyển 15 quyển từ ngăn B sang ngăn A, số sách ngăn A bằng $\frac{7}{9}$ số sách ngăn B, nên lúc này số sách ngăn A chiếm:
$$\frac{7}{7+9} = \frac{7}{16} \text{ (tổng số sách)}$$
- Số sách ngăn A tăng thêm đúng 15 quyển, ứng với phân số của tổng số sách là:
$$\frac{7}{16} - \frac{3}{8} = \frac{7}{16} - \frac{6}{16} = \frac{1}{16} \text{ (tổng số sách)}$$

Do đó, tổng số sách ở cả hai ngăn là:
$$15 : \frac{1}{16} = 240 \text{ (quyển)}$$

Số sách ban đầu ở mỗi ngăn là:

- Ngăn A: $240 \cdot \frac{3}{8} = 90$ (quyển).
- Ngăn B: $240 - 90 = 150$ (quyển).

Thử lại: Sau khi chuyển 15 quyển, ngăn A có 105 quyển, ngăn B có 135 quyển và $\frac{105}{135} = \frac{7}{9}$ (đúng).

Kết luận: Ban đầu ngăn A có 90 quyển sách, ngăn B có 150 quyển sách.

> **NHẬN XÉT:** Hễ thấy động tác "chuyển từ nhóm này sang nhóm kia", hãy lập tức quy tỉ số hai nhóm $\frac{a}{b}$ về tỉ số so với tổng $\frac{a}{a+b}$ — chỉ cần 3 phép tính phân số lớp 6 là ra ngay đáp số.

TẦNG 2: VƯƠN TẦM HỌC SINH GIỎI QUẬN/HUYỆN & CLC (1 BÀI)

Bài 43 Chia có dư nhiều điều kiện (kĩ thuật nhân đôi đưa về BCNN) • Tầng 2 • HSG ★★★★

Số học sinh tham gia trại hè của một huyện nằm trong khoảng từ 200 đến 500 em. Biết rằng khi chia số học sinh đó thành các nhóm 5 em thì dư 3 em, chia thành các nhóm 7 em thì dư 4 em và chia thành các nhóm 9 em thì dư 5 em. Tính số học sinh tham gia trại hè của huyện đó.

(Nguồn: Đề thi HSG Toán 6 cấp Huyện năm học 2023 – 2024, huyện Thanh Oai – Hà Nội (biên soạn))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Gọi số học sinh tham gia trại hè là x (học sinh, $x \in \mathbb{N}^*$, $200 \le x \le 500$).

Quan sát mối liên hệ giữa số chia và số dư trong ba phép chia:

- x chia 5 dư $3 \Rightarrow 2x$ chia 5 dư $2 \cdot 3 = 6$, tức dư $1 \Rightarrow (2x-1) \vdots 5$.
- x chia 7 dư $4 \Rightarrow 2x$ chia 7 dư $2 \cdot 4 = 8$, tức dư $1 \Rightarrow (2x-1) \vdots 7$.

- x chia 9 dư $5 \Rightarrow 2x$ chia 9 dư $2 \cdot 5 = 10$, tức dư $1 \Rightarrow (2x-1) \vdots 9$.

Suy ra $(2x-1)$ là bội chung của 5, 7 và 9.

Vì $5, 7, 9$ đôi một nguyên tố cùng nhau nên:

$$\text{BCNN}(5,7,9) = 5 \cdot 7 \cdot 9 = 315$$

Do đó $2x - 1 \in \text{B}(315) = \{0; 315; 630; 945; 1260; \dots\}$.

Vì $200 \le x \le 500$ nên $399 \le 2x - 1 \le 999$. Mặt khác $2x-1$ luôn là **số lẻ**, nên trong khoảng $[399; 999]$ ta chỉ nhận được duy nhất:

$$2x - 1 = 945 \Rightarrow 2x = 946 \Rightarrow x = 473$$

Thử lại: $473 = 5 \cdot 94 + 3$, $473 = 7 \cdot 67 + 4$, $473 = 9 \cdot 52 + 5$ (đều thỏa mãn).

Kết luận: Có 473 học sinh tham gia trại hè.

> **NHẬN XÉT:** Đây là kĩ thuật nâng cao rất được ưa chuộng trong đề HSG Toán 6: khi các số dư không bằng nhau và phần thiếu cũng không bằng nhau, hãy kiểm tra xem $2r$ có hơn số chia đúng 1 (hoặc kém 1) không! Ở đây $2 \cdot 3 = 5 + 1$, $2 \cdot 4 = 7 + 1$, $2 \cdot 5 = 9 + 1$, nên xét $2x - 1$ là ra ngay lập tức.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN TƯƠNG TỰ — ĐỔI SỐ & BIẾN THỂ (3 BÀI)

Bài tự luyện 2.1. (Tương tự Bài 31) Cô giáo chuẩn bị 144 quyển vở, 108 chiếc bút mực và 72 chiếc thước kẻ để chia đều thành các phần thưởng. Hỏi có thể chia được nhiều nhất bao nhiêu phần thưởng? Khi đó mỗi phần thưởng có bao nhiêu quyển vở, bút mực và thước kẻ?

Bài tự luyện 2.2. (Tương tự Bài 32) Ba chuông báo hiệu của một xưởng sản xuất reo theo các chu kì lần lượt là 12 phút, 18 phút và 30 phút. Lúc 7 giờ sáng, cả ba chuông cùng reo một lúc. Hỏi lần tiếp theo cả ba chuông cùng reo là lúc mấy giờ? Từ 7 giờ đến 19 giờ cùng ngày, có tất cả bao nhiêu lần cả ba chuông cùng reo?

Bài tự luyện 2.3. (Tương tự Bài 33) Một thư viện có số sách nằm trong khoảng từ 400 đến 550 quyển. Nếu xếp thành từng bó 10 quyển, 12 quyển hay 15 quyển thì bó cuối cùng đều thiếu 4 quyển, còn nếu xếp thành từng bó 13 quyển thì vừa đủ. Tính số sách của thư viện đó.

ĐÁP SỐ & HƯỚNG DẪN VẮN TẮT — CHUYÊN ĐỀ 2

Bài	Đáp số / Kết luận	Hướng dẫn mấu chốt
Bài 2.1	**Nhiều nhất 36 phần thưởng; mỗi phần gồm 4 quyển vở, 3 bút mực và 2 thước kẻ.**	Tìm $\text{ƯCLN}(144, 108, 72)$ bằng cách phân tích ra thừa số nguyên tố, rồi lấy từng loại chia cho ƯCLN.
Bài 2.2	**Lần tiếp theo lúc 10 giờ sáng; có tất cả 5 lần cả ba chuông cùng reo.**	Tính $\text{BCNN}(12, 18, 30) = 180$ phút $= 3$ giờ; đếm số lần trong 12 giờ nhớ cộng thêm 1 cho mốc 7 giờ.
Bài 2.3	**416 quyển sách.**	Gọi số sách là x, ta có $(x+4) \vdots \text{BCNN}(10, 12, 15) = 60$. Liệt kê các giá trị $x \in [400; 550]$ rồi chọn số chia hết cho 13.

CHUYÊN ĐỀ 3 / 5 • TRÍCH ĐOẠN ĐỌC THỬ (3 BÀI MẪU + 3 TỰ LUYỆN)

Tập hợp nâng cao & Bài toán Sơ đồ Ven (2–3 tập hợp)

Các bài toán đếm phần tử tập hợp, công thức số tập con và Nguyên lí bù trừ (Sơ đồ Ven cho 2–3 tập hợp) là mạch kiến thức giàu tính mô hình hóa, thường xuất hiện ở câu phân loại điểm 9–10 và đề thi Học sinh giỏi Toán 6 chuẩn GDPT 2018. Chuyên đề giúp học sinh làm chủ kĩ thuật tách miền không giao nhau, đếm hai cách theo số lượt và lập luận cực trị giao tập hợp bằng tư duy phần bù sắc bén.

A. TÓM TẮT PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH

1. Đếm phần tử của tập hợp số & công thức số tập con 2^n

Với tập hợp các số cách đều từ a đến b (khoảng cách $d > 0$): số phần tử là $n = \dfrac{b-a}{d} + 1$ và tổng các phần tử là $S = \dfrac{(a+b)\cdot n}{2}$. Số bội dương của m trong đoạn $[1; N]$ là $\left\lfloor \dfrac{N}{m} \right\rfloor$ (thương của phép chia N cho m). Một tập hợp có n phần tử có đúng 2^n tập hợp con (kể cả tập rỗng $\varnothing$) và $2^n - 1$ tập hợp con khác rỗng; số tập con bắt buộc chứa k phần tử và không chứa p phần tử cố định là 2^{n-k-p}.

2. Nguyên lí bù trừ (Sơ đồ Ven) cho 2 tập hợp

Kí hiệu $|X|$ là số phần tử của tập hữu hạn X. Với hai tập hợp A, B nằm trong tập vũ trụ U, ta luôn có công thức bù trừ $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$ và $|U| = |A \cup B| + |\overline{A \cup B}|$ (số phần tử nằm ngoài cả hai tập). Khi vẽ sơ đồ Ven 2 vòng tròn, toàn bộ tập U được chia thành 4 miền nguyên tử không giao nhau: chỉ thuộc A ($|A| - |A \cap B|$), thuộc cả hai ($|A \cap B|$), chỉ thuộc B ($|B| - |A \cap B|$) và nằm ngoài cả hai; mọi miền đều phải nhận giá trị là số tự nhiên không âm.

3. Nguyên lí bù trừ (Sơ đồ Ven) cho 3 tập hợp & đếm bội số

Với ba tập hợp A, B, C, công thức bù trừ là $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - (|A \cap B| + |B \cap C| + |C \cap A|) + |A \cap B \cap C|$. Khi không biết giao từng cặp, gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là số phần tử thuộc đúng 1, đúng 2, đúng 3 tập hợp; ta có cặp hệ thức đếm hai cách: $S_1 + S_2 + S_3 = |A \cup B \cup C|$ và $S_1 + 2S_2 + 3S_3 = |A| + |B| + |C|$, từ đó rút ngay $S_2 + 2S_3 = (|A| + |B| + |C|) - |A \cup B \cup C|$. Với bài toán đếm bội của a, b, c, lưu ý giao của tập bội a và bội b là tập bội của $\text{BCNN}(a, b)$.

4. Bài toán cực trị giao tập hợp (tìm Min, Max của |A ∩ B|, |A ∩ B ∩ C|)

Với hai tập A, B trong vũ trụ U: vì $|A \cup B| \le |U|$ nên $|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| \ge |A| + |B| - |U|$ (nhỏ nhất khi không có phần tử nào nằm ngoài $A \cup B$, chú ý $|A \cap B| \ge 0$); đồng thời $|A \cap B| \le \min(|A|, |B|)$ (lớn nhất khi tập nhỏ nằm gọn trong tập lớn). Với ba tập A, B, C, dùng **phần bù** để chặn dưới nhanh: số phần tử không thuộc cả ba tập nhiều nhất bằng $|\overline{A}| + |\overline{B}| + |\overline{C}|$, suy ra $|A \cap B \cap C| \ge |U| - (|\overline{A}| + |\overline{B}| + |\overline{C}|)$; luôn nhớ chỉ ra một cách phân bố 8 miền không âm để khẳng định dấu bằng xảy ra.

B. HỆ THỐNG BÀI TẬP TINH TUYỂN & LỜI GIẢI CHI TIẾT

TẦNG 1: CHỐT ĐIỂM 9 – 10 THI TRƯỜNG & KHẢO SÁT (2 BÀI)

Bài 51 Đếm phần tử tập hợp số cách đều & tính tổng • Tầng 1 • 9–10đ ★★☆

Cho hai tập hợp:

- A là tập hợp các số tự nhiên chia cho 3 dư 1 và nhỏ hơn 2026;
- B là tập hợp các số tự nhiên lẻ có 3 chữ số.

a) Tính số phần tử của mỗi tập hợp A và B.

b) Tính tổng tất cả các phần tử của tập hợp B.

(Nguồn: Khai thác từ Đề khảo sát CLB Toán 6 năm 2025–2026, Trường THCS TT Đồi Ngô (Bắc Ninh) & Đề HSG Toán 6 huyện Lục Nam)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) **Tính số phần tử của tập hợp A:**

Số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 3 dư 1 là $1 = 3 \cdot 0 + 1$.

Ta có $2025 = 3 \cdot 675$ chia hết cho 3, do đó số tự nhiên lớn nhất nhỏ hơn 2026 và chia cho 3 dư 1 là $2023 = 3 \cdot 674 + 1$.

Vậy tập hợp A gồm các số cách đều 3 đơn vị: $A = \{1; 4; 7; \ldots; 2023\}$.

Số phần tử của tập hợp A là:

$$|A| = \frac{2023 - 1}{3} + 1 = \frac{2022}{3} + 1 = 674 + 1 = 675 \text{ (phần tử)}.$$

Tính số phần tử của tập hợp B:

Các số tự nhiên lẻ có 3 chữ số lập thành dãy số cách đều 2 đơn vị từ 101 đến 999: $B = \{101; 103; 105; \ldots; 999\}$.

Số phần tử của tập hợp B là:

$$|B| = \frac{999 - 101}{2} + 1 = \frac{898}{2} + 1 = 449 + 1 = 450 \text{ (phần tử)}.$$

b) Tổng tất cả các phần tử của tập hợp B là:

$$S = 101 + 103 + 105 + \cdots + 999 = \frac{(101 + 999) \cdot 450}{2} = \frac{1100 \cdot 450}{2} = 550 \cdot 450 = 247500.$$

Vậy tập hợp A có 675 phần tử, tập hợp B có 450 phần tử và tổng các phần tử của B bằng 247500.

NHẬN XÉT: Lỗi sai hay gặp nhất ở câu a) là nhầm số nhỏ nhất chia cho 3 dư 1 là 4 mà quên mất $1 = 3 \cdot 0 + 1$, hoặc lấy nhầm 2026 làm phần tử cuối dù đề yêu cầu "nhỏ hơn 2026". Luôn kiểm tra kĩ cả hai đầu mút a, b trước khi áp dụng công thức $\frac{b - a}{d} + 1$.

Bài 57 Sơ đồ Ven 2 tập hợp kết hợp phân số và tỉ số phần trăm • Tầng 1 • 9–10đ ★★★

Lớp 6B có 45 học sinh, mỗi học sinh đều đăng kí tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ là Tiếng Anh và Tin học. Biết số học sinh đăng kí câu lạc bộ Tiếng Anh chiếm 60% sĩ số cả lớp, còn số học sinh đăng kí câu lạc bộ Tin học chiếm $\dfrac{2}{3}$ sĩ số cả lớp.

a) Tính số học sinh đăng kí cả hai câu lạc bộ.

b) Tính số học sinh chỉ đăng kí câu lạc bộ Tin học mà không đăng kí câu lạc bộ Tiếng Anh.

(Nguồn: Đề khảo sát chất lượng Toán 6 nâng cao chuẩn GDPT 2018 (2024–2025))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Số học sinh đăng kí câu lạc bộ Tiếng Anh là:

$$|A| = 45 \cdot 60\% = 45 \cdot \frac{3}{5} = 27 \text{ (học sinh)}.$$

Số học sinh đăng kí câu lạc bộ Tin học là:

$$|B| = 45 \cdot \frac{2}{3} = 30 \text{ (học sinh)}.$$

Vì mỗi học sinh trong lớp đều đăng kí ít nhất một trong hai câu lạc bộ nên không có học sinh nào nằm ngoài $A \cup B$, suy ra $|A \cup B| = 45$.

Áp dụng Nguyên lí bù trừ, số học sinh đăng kí cả hai câu lạc bộ là:

$$|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| = 27 + 30 - 45 = 12 \text{ (học sinh)}.$$

b) Số học sinh chỉ đăng kí câu lạc bộ Tin học mà không đăng kí câu lạc bộ Tiếng Anh là:

$$|B \setminus A| = |B| - |A \cap B| = 30 - 12 = 18 \text{ (học sinh)}.$$

Vậy có 12 học sinh đăng kí cả hai câu lạc bộ và 18 học sinh chỉ đăng kí câu lạc bộ Tin học.

NHẬN XÉT: Một cách kiểm tra nhanh bằng tỉ lệ: tổng hai tỉ lệ là $\dfrac{3}{5} + \dfrac{2}{3} = \dfrac{19}{15}$, vượt quá 1 (cả lớp) một lượng $\dfrac{19}{15} - 1 = \dfrac{4}{15}$. Lượng vượt quá đó chính là tỉ số phần giao: $45 \cdot \dfrac{4}{15} = 12$ học sinh!

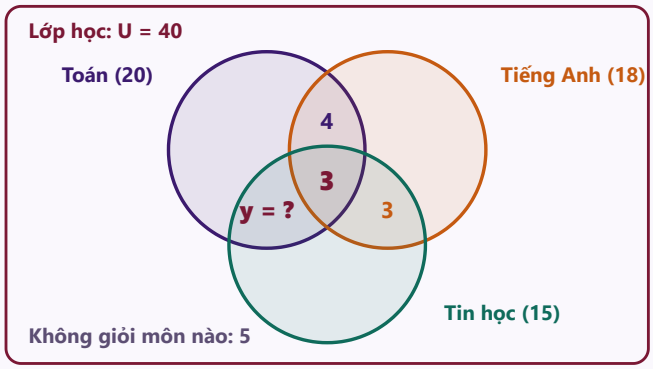
TẦNG 2: VƯƠN TẦM HỌC SINH GIỎI QUẬN/HUYỆN & CLC (1 BÀI)

Bài 63 Sơ đồ Ven 3 tập hợp — Phân rã 7 miền nguyên tử & đếm hai cách • Tầng 2 • HSG ★★★★

Một lớp bồi dưỡng gồm 40 học sinh tham dự kì thi thử ba môn Toán, Tiếng Anh và Tin học. Kết quả cho thấy:

- Có 20 em đạt điểm giỏi môn Toán, 18 em đạt điểm giỏi môn Tiếng Anh và 15 em đạt điểm giỏi môn Tin học;
- Có 3 em đạt điểm giỏi **cả ba môn** và 5 em **không** đạt điểm giỏi môn nào;
- Có 4 em đạt điểm giỏi **đúng hai môn** Toán và Tiếng Anh; có 3 em đạt điểm giỏi **đúng hai môn** Tiếng Anh và Tin học.

Hỏi có bao nhiêu học sinh đạt điểm giỏi **đúng hai môn** Toán và Tin học? Có bao nhiêu học sinh chỉ đạt điểm giỏi **đúng một môn**?



(Nguồn: Tuyển tập đề thi HSG Toán 6 cấp Quận/Huyện – Chuyên đề Sơ đồ Ven)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là số học sinh đạt điểm giỏi **đúng một môn**, **đúng hai môn** và **cả ba môn**. Gọi y là số học sinh đạt điểm giỏi đúng hai môn Toán và Tin học ($y \in \mathbb{N}$).

Vì lớp có 40 học sinh và có 5 em không đạt giỏi môn nào nên số học sinh đạt giỏi ít nhất một môn là:

$$S_1 + S_2 + S_3 = 40 - 5 = 35 \qquad (1).$$

Mặt khác, tính tổng số lượt đạt điểm giỏi theo hai cách:

- Cộng theo từng môn: $20 + 18 + 15 = 53$ (lượt).
- Cộng theo nhóm học sinh: mỗi em giỏi 1 môn đóng góp 1 lượt, giỏi 2 môn đóng góp 2 lượt, giỏi 3 môn đóng góp 3 lượt.

Do đó ta có:

$$S_1 + 2S_2 + 3S_3 = 53 \qquad (2).$$

Lấy (2) trừ (1) theo từng vế, ta triệt tiêu được S_1:

$$S_2 + 2S_3 = 53 - 35 = 18.$$

Thay $S_3 = 3$ vào hệ thức trên:

$$S_2 + 2 \cdot 3 = 18 \implies S_2 = 12.$$

Vì S_2 là tổng số học sinh giỏi đúng hai môn ở cả ba cặp môn nên:

$$4 + 3 + y = 12 \implies y = 12 - 7 = 5 \text{ (học sinh)}.$$

Thay $S_2 = 12$ và $S_3 = 3$ vào (1), ta được số học sinh chỉ giỏi đúng một môn là:

$$S_1 = 35 - 12 - 3 = 20 \text{ (học sinh)}.$$

(Kiểm chứng 8 miền nguyên tử: chỉ giỏi Toán $20 - 4 - 5 - 3 = 8$, chỉ giỏi Anh $18 - 4 - 3 - 3 = 8$, chỉ giỏi Tin $15 - 5 - 3 - 3 = 4$; rõ ràng $8 + 8 + 4 = 20 = S_1$ và tổng 8 miền là $20 + 12 + 3 + 5 = 40$.)

Vậy có 5 học sinh đạt điểm giỏi đúng hai môn Toán và Tin học, và 20 học sinh chỉ đạt điểm giỏi đúng một môn.

NHẬN XÉT: Cặp phương trình đếm hai cách $S_1 + S_2 + S_3 = |A \cup B \cup C|$ và $S_1 + 2S_2 + 3S_3 = |A| + |B| + |C|$ là "vũ khí tối thượng" cho mọi bài Sơ đồ Ven 3 tập hợp nâng cao, giúp giải cực gọn mà không cần đặt tới 7 ẩn số.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN TƯƠNG TỰ — ĐỔI SỐ & BIẾN THỂ (3 BÀI)

Bài tự luyện 3.1. (Tương tự Bài 51) Cho tập hợp M gồm các số tự nhiên chia cho 4 dư 3 và nhỏ hơn 2027. Tính số phần tử của M và tổng tất cả các phần tử của tập hợp M.

Bài tự luyện 3.2. (Tương tự Bài 52) Viết dưới dạng liệt kê và tìm số phần tử của tập hợp $K = \{n \in \mathbb{N} \mid (3n + 14) \vdots (n + 2)\}$.

Bài tự luyện 3.3. (Tương tự Bài 53) Một tập hợp P có đúng 511 tập hợp con khác rỗng. Hỏi P có bao nhiêu phần tử? Tập hợp P có bao nhiêu tập hợp con chứa một phần tử cố định $a \in P$ nhưng không chứa một phần tử cố định $b \in P$ $(b \neq a)$?

ĐÁP SỐ & HƯỚNG DẪN VẮN TẮT — CHUYÊN ĐỀ 3

Bài	Đáp số / Kết luận	Hướng dẫn mấu chốt
Bài 3.1	$\|M\| = 506$ **phần tử; tổng các phần tử bằng** 512578.	Xác định phần tử đầu là 3, phần tử cuối là 2023 (vì 2027 không nhỏ hơn 2027), khoảng cách $d = 4$; áp dụng công thức $n = \frac{2023 - 3}{4} + 1$ và $S = \frac{(3 + 2023) \cdot n}{2}$.
Bài 3.2	$K = \{0; 2; 6\}$**, có 3 phần tử.**	Biến đổi $3n + 14 = 3(n + 2) + 8$, suy ra $8 \vdots (n + 2)$ với $n + 2 \geq 2$, nên $n + 2 \in \{2; 4; 8\}$.
Bài 3.3	P **có 9 phần tử; có 128 tập hợp con thỏa mãn điều kiện.**	Giải $2^n - 1 = 511 \implies 2^n = 512 = 2^9$; với câu sau cố định trạng thái của a và b, còn lại $n - 2$ phần tử tự do nên có 2^{n-2} tập con.

CHUYÊN ĐỀ 4 / 5 • TRÍCH ĐOẠN ĐỌC THỬ (3 BÀI MẪU + 3 TỰ LUYỆN)

Nguyên lí Dirichlet, Bất biến – Trò chơi, Suy luận Logic & Đếm đường đi

Chuyên đề 4 tổng hợp bốn mảng tư duy đặc sắc nhất trong các đề thi học sinh giỏi và câu phân loại điểm 10 Toán 6 theo chương trình GDPT 2018: Nguyên lí Dirichlet, Phương pháp bất biến – chiến thuật trò chơi, Suy luận Logic – giải đấu – cân đĩa và Quy tắc đếm – đếm đường đi trên lưới ô vuông. Mỗi bài toán đều được trình bày theo đúng kiến thức Toán 6, kèm hình vẽ trực quan và nhận xét chốt phương pháp giúp học sinh làm chủ các câu vận dụng cao.

A. TÓM TẮT PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH

1. Nguyên lí Dirichlet & Nghệ thuật xây "chuồng"

Nếu nhốt $m \cdot n + r$ con thỏ ($m, n, r \in \mathbb{N}^*$) vào n chuồng thì luôn có ít nhất một chuồng chứa từ $m + 1$ con thỏ trở lên. Chìa khóa là **xây chuồng** khéo léo: dùng m số dư khi chia cho m, ghép cặp số dư có tổng bằng m, tách phần lẻ trong biểu diễn $2^k \cdot q$, hoặc chia hình thành các miền nhỏ bằng nhau.

2. Phương pháp bất biến & Chiến thuật trò chơi

Bất biến là đại lượng không đổi sau mọi bước biến đổi: tính chẵn – lẻ của tổng, hiệu tổng các ô đen – ô trắng trên bàn cờ tô xen kẽ, hoặc tích các số trong một khối 2×2. Với **trò chơi bốc sỏi/thẻ** mỗi lượt lấy từ a đến b vật, ghép cặp tổng mỗi vòng bằng $a + b$ và xét số dư của tổng ban đầu khi chia cho $a + b$.

3. Suy luận Logic, Giải đấu vòng tròn & Cân đĩa

Trong bài **nói thật – nói dối**, tìm cặp phát biểu mâu thuẫn nhau để khoanh vùng người nói thật. Trong **giải đấu vòng tròn** n đội có $\dfrac{n(n-1)}{2}$ trận; mỗi trận thắng–thua cho tổng 3 điểm, hòa cho tổng 2 điểm. Với **cân đĩa không quả cân**, mỗi lần cân cho 3 kết quả ($<$, $=$, $>$) nên chia thành 3 nhóm cân bằng để tối ưu số lần cân.

4. Quy tắc cộng – nhân & Lưới Pascal đếm đường đi

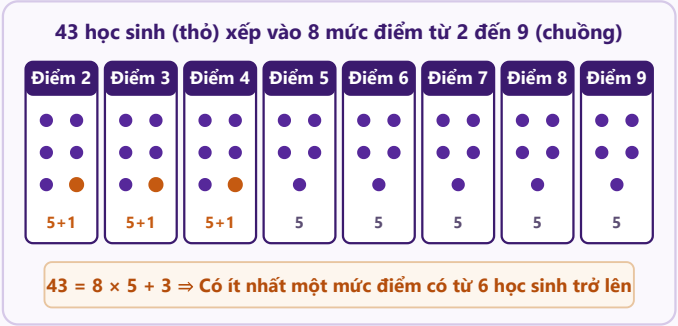
Quy tắc cộng (chia trường hợp rời nhau) và **quy tắc nhân** (thực hiện liên tiếp các bước, ưu tiên chọn chữ số có điều kiện ngặt nhất trước). Với **bài toán leo cầu thang** và **đếm đường đi ngắn nhất** trên lưới ô vuông, dùng nguyên lí cộng Pascal: số cách đến mỗi nút bằng tổng số cách từ các nút liền trước đi tới nó (nút bị chặn gán bằng 0).

B. HỆ THỐNG BÀI TẬP TINH TUYỂN & LỜI GIẢI CHI TIẾT

TẦNG 1: CHỐT ĐIỂM 9 – 10 THI TRƯỜNG & KHẢO SÁT (2 BÀI)

Bài 71 Nguyên lí Dirichlet cơ bản • Tầng 1 • 9–10đ ★★☆

Lớp 6A có 45 học sinh làm bài kiểm tra môn Toán (điểm kiểm tra là số tự nhiên từ 0 đến 10). Biết rằng không có học sinh nào bị điểm dưới 2 và chỉ có đúng 2 học sinh đạt điểm 10. Chứng minh rằng luôn tìm được ít nhất 6 học sinh của lớp 6A có điểm kiểm tra bằng nhau.



(Nguồn: Tuyển chọn chuyên đề Nguyên lí Dirichlet – HSG Toán 6)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Vì không có học sinh nào bị điểm dưới 2 và có đúng 2 học sinh đạt điểm 10, nên số học sinh nhận các mức điểm từ 2 đến 9 là:

$$45 - 2 = 43 \text{ (học sinh)}.$$

Các mức điểm tự nhiên từ 2 đến 9 gồm đúng 8 loại điểm là: $2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$.

Ta phân 43 học sinh ("thỏ") vào 8 loại điểm nói trên ("chuồng").

Giả sử ngược lại, mỗi loại điểm trong 8 loại trên đều có nhiều nhất 5 học sinh. Khi đó tổng số học sinh nhận điểm từ 2 đến 9 không vượt quá:

$$8 \cdot 5 = 40 \text{ (học sinh)}.$$

Điều này mâu thuẫn vì thực tế có tới 43 học sinh (ta có phép chia có dư $43 = 8 \cdot 5 + 3$).

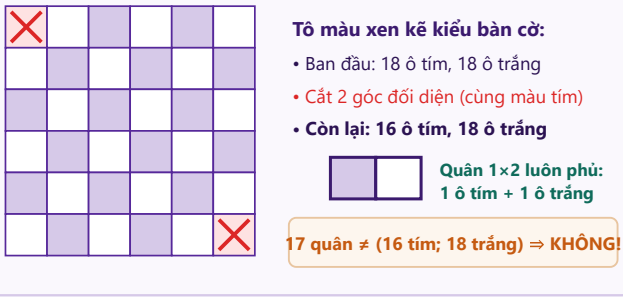
Do đó, theo Nguyên lí Dirichlet, luôn tồn tại ít nhất một mức điểm có từ $5 + 1 = 6$ học sinh đạt được.

Vậy luôn tìm được ít nhất 6 học sinh của lớp 6A có điểm kiểm tra bằng nhau (đpcm).

NHẬN XÉT: Loại bỏ các phần tử đặc biệt (2 học sinh điểm 10) trước khi chia chuồng giúp thu hẹp số chuồng từ 9 xuống 8, làm kết luận chặt chẽ hơn ($45 = 9 \cdot 5$ sẽ không chứng minh được ≥ 6).

Bài 80 Bất biến tô màu bàn cờ • Tầng 1 • 9–10đ ★★★

Cho một bàn cờ hình vuông kích thước 6×6 gồm 36 ô vuông đơn vị. Người ta cắt bỏ hai ô vuông ở hai góc đối diện nhau (góc trên bên trái và góc dưới bên phải, như hình vẽ). Hỏi có thể dùng 17 quân đô-mi-nô hình chữ nhật kích thước 1×2 để phủ kín hoàn toàn 34 ô vuông còn lại mà không chồng lên nhau hay không? Vì sao?



(Nguồn: Kinh điển Toán tổ hợp THCS – Phương pháp tô màu)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Ta tô màu 36 ô vuông của bàn cờ 6×6 xen kẽ hai màu tím và trắng theo kiểu bàn cờ vua (hai ô chung cạnh luôn khác màu nhau).

- Trên bàn cờ đầy đủ 6×6, mỗi hàng có 3 ô tím và 3 ô trắng nên ban đầu có tất cả 18 ô tím và 18 ô trắng.
- Hai ô vuông ở hai góc đối diện (góc trên bên trái ở hàng 1, cột 1 và góc dưới bên phải ở hàng 6, cột 6) luôn có **cùng một màu** (cùng màu tím như hình vẽ).
- Sau khi cắt bỏ hai ô góc đó, trên phần bàn cờ còn lại chỉ còn:

$$18 - 2 = 16 \text{ (ô tím)} \quad \text{và} \quad 18 \text{ (ô trắng)}.$$

Mặt khác, khi đặt một quân đô-mi-nô kích thước 1×2 lên bàn cờ, nó luôn che phủ hai ô kề nhau có chung cạnh, tức là phủ đúng 1 **ô tím và** 1 **ô trắng**.

Do đó, nếu 17 quân đô-mi-nô phủ kín được phần bàn cờ còn lại mà không chồng lên nhau thì chúng sẽ phủ đúng 17 ô tím và 17 ô trắng.

Điều này mâu thuẫn vì phần bàn cờ còn lại có 16 ô tím và 18 ô trắng ($16 \neq 17$).

Vậy **không thể** dùng 17 quân đô-mi-nô để phủ kín 34 ô vuông còn lại.

NHẬN XÉT: Phương pháp tô màu bàn cờ là công cụ cực mạnh để chứng minh "không thể lát kín". Chỉ cần số ô tím và số ô trắng chênh lệch nhau là chắc chắn không thể phủ bằng quân 1×2.

TẦNG 2: VƯƠN TẦM HỌC SINH GIỎI QUẬN/HUYỆN & CLC (1 BÀI)

Bài 89 Dirichlet – Số toàn chữ số 1 chia hết cho n • Tầng 2 • HSG ★★★★

Chứng minh rằng luôn tồn tại ít nhất một số tự nhiên chỉ viết bằng các chữ số 1 (dạng $111\ldots1$) chia hết cho 2027.

(Nguồn: Phát triển từ đề thi HSG Toán 6 cấp Tỉnh (dạng số $11\ldots1$))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Xét dãy gồm 2028 số tự nhiên chỉ viết bằng các chữ số 1 sau đây:

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 11, \quad a_3 = 111, \quad \ldots, \quad a_{2028} = \underbrace{111\ldots1}_{2028 \text{ chữ số } 1}.$$

Khi chia 2028 số này cho 2027, ta nhận được 2028 số dư, trong khi phép chia cho 2027 chỉ có tối đa 2027 số dư khác nhau là $0; 1; 2; \ldots; 2026$.

Theo Nguyên lí Dirichlet, luôn tồn tại ít nhất hai số trong dãy có cùng số dư khi chia cho 2027.

Gọi hai số đó là a_m và a_n với $1 \leq n < m \leq 2028$.

Vì a_m và a_n có cùng số dư khi chia cho 2027 nên hiệu của chúng chia hết cho 2027:

$$a_m - a_n = \underbrace{11\ldots1}_{m \text{ chữ số } 1} - \underbrace{11\ldots1}_{n \text{ chữ số } 1} = \underbrace{11\ldots1}_{m-n \text{ chữ số } 1}\underbrace{00\ldots0}_{n \text{ chữ số } 0} = \underbrace{11\ldots1}_{m-n \text{ chữ số } 1} \cdot 10^n \vdots 2027.$$

Ta nhận thấy 2027 có chữ số tận cùng là 7 nên không chia hết cho 2 và không chia hết cho 5, suy ra $\text{ƯCLN}(2027, 10) = 1$, kéo theo $\text{ƯCLN}(2027, 10^n) = 1$.

Từ $\left(\underbrace{11\ldots1}_{m-n \text{ chữ số } 1} \cdot 10^n\right) \vdots 2027$ và $\text{ƯCLN}(2027, 10^n) = 1$, suy ra số tự nhiên $c = \underbrace{11\ldots1}_{m-n \text{ chữ số } 1}$ chia hết cho 2027 (vì $m > n$ nên c có ít nhất 1 chữ số 1).

Vậy luôn tồn tại ít nhất một số tự nhiên gồm toàn chữ số 1 chia hết cho 2027 (đpcm).

NHẬN XÉT: Kết quả này đúng với mọi số tự nhiên M nguyên tố cùng nhau với 10 (tức tận cùng là $1, 3, 7$ hoặc 9). Bước cốt lõi là khử thừa số 10^n nhờ $\text{ƯCLN}(M, 10^n) = 1$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN TƯƠNG TỰ — ĐỔI SỐ & BIẾN THỂ (3 BÀI)

Bài tự luyện 4.1. (Tương tự Bài 71) Một trường THCS có 1000 học sinh được phân vào 23 lớp học. Chứng minh rằng phải có ít nhất một lớp có từ 44 học sinh trở lên.

Bài tự luyện 4.2. (Tương tự Bài 72) Trong tủ có 10 đôi tất đen (20 chiếc), 8 đôi tất trắng (16 chiếc) và 5 đôi tất xanh (10 chiếc) để lẫn lộn rời nhau. Trong bóng tối, hỏi phải lấy ít nhất bao nhiêu chiếc tất để chắc chắn có: a) Ít nhất 2 chiếc tất cùng màu? b) Ít nhất 6 chiếc tất cùng màu?

Bài tự luyện 4.3. (Tương tự Bài 73) Cho 8 số tự nhiên bất kì. Chứng minh rằng luôn tồn tại ít nhất hai số trong 8 số đó có hiệu chia hết cho 7.

ĐÁP SỐ & HƯỚNG DẪN VẮN TẮT — CHUYÊN ĐỀ 4

Bài	Đáp số / Kết luận	Hướng dẫn mấu chốt
Bài 4.1	**Điều phải chứng minh** ($1000 = 23 \cdot 43 + 11 \Rightarrow \geq 44$ **học sinh).**	Lấy 1000 chia cho 23: ta có $1000 = 23 \cdot 43 + 11$, rồi áp dụng Nguyên lí Dirichlet (hoặc phản chứng nếu mỗi lớp có không quá 43 học sinh thì tổng không quá 989 học sinh).
Bài 4.2	**a)** 4 **chiếc tất; b)** 16 **chiếc tất.**	Xét trường hợp xấu nhất cho 3 màu (mỗi màu đều có ít nhất 10 chiếc): câu a lấy mỗi màu 1 chiếc rồi $+1$; câu b lấy mỗi màu 5 chiếc rồi $+1$.
Bài 4.3	**Điều phải chứng minh (theo Nguyên lí Dirichlet với** 8 **thỏ,** 7 **chuồng số dư).**	Chia 8 số cho 7 thu được 8 số dư nhưng chỉ có 7 khả năng ($0; 1; \ldots; 6$), nên có 2 số cùng số dư.

CHUYÊN ĐỀ 5 / 5 • TRÍCH ĐOẠN ĐỌC THỬ (3 BÀI MẪU + 3 TỰ LUYỆN)

Dữ liệu, Biểu đồ thống kê & Xác suất thực nghiệm nâng cao

Dữ liệu, biểu đồ thống kê và xác suất thực nghiệm là mảng kiến thức hoàn toàn mới của chương trình Toán 6 GDPT 2018, xuất hiện đều đặn trong mọi đề kiểm tra học kì II cũng như các đề thi Học sinh giỏi cấp Quận/Huyện. Chuyên đề này hệ thống hóa đầy đủ 20 bài toán tinh tuyển (từ đọc – khôi phục biểu đồ tranh, cột, cột kép đến bài toán ngược tìm số lần thử và kết hợp số học) cùng 16 bài tự luyện đổi số chuẩn mực.

A. TÓM TẮT PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH

1. Khai thác bảng thống kê, biểu đồ tranh & biểu đồ cột / cột kép

Đọc chuẩn quy ước & đơn vị: Với biểu đồ tranh, luôn nhân số biểu tượng với giá trị quy ước (chú ý nửa biểu tượng ứng với một nửa giá trị). Với biểu đồ cột và cột kép, đối chiếu chính xác chiều cao cột với trục đứng và chú giải màu sắc; khi so sánh tăng/giảm phần trăm giữa B và A (lấy A làm mốc), tính $\dfrac{|B-A|}{A}\cdot 100\%$.

2. Bài toán trung bình cộng có trọng số & khôi phục số liệu bị khuyết

Dùng tổng giá trị làm cầu nối: Từ bảng tần số (x_i, n_i), giá trị trung bình là $\overline{x}=\dfrac{\sum x_i n_i}{\sum n_i}$. Để khôi phục 1 hay 2 cột bị khuyết, lấy **tổng toàn bộ** $(N\cdot\overline{x})$ trừ đi tổng các cột đã biết; khi thêm/bớt phần tử làm thay đổi trung bình, lập đẳng thức giữa tổng cũ và tổng mới để tìm số phần tử n.

3. Công thức xác suất thực nghiệm & ước lượng kết quả

Công thức cốt lõi: Nếu thực hiện phép thử n lần và sự kiện E xảy ra k lần thì xác suất thực nghiệm là $P(E)=\dfrac{k}{n}$ $(0\le P(E)\le 1)$, và sự kiện đối lập có xác suất $1-P(E)$. Để **ước lượng** số lần E xảy ra trong M lần thử mới, tính $M\cdot P(E)$; với bài toán ngược gieo thêm x lần, viết tỉ số mới $\dfrac{k+a}{n+x}=p$ rồi tìm x.

4. Kết hợp Xác suất thực nghiệm với Số học

Liệt kê không sót, không trùng: Khi sự kiện gắn với điều kiện số học (số nguyên tố, số chính phương, số chia hết cho 2 hoặc 5, số dư khi chia cho 3), luôn liệt kê rõ tập các kết quả thuận lợi trước khi cộng tần số. Khi đếm hợp hai điều kiện, dùng công thức bù trừ $|A\cup B|=|A|+|B|-|A\cap B|$; với hai xúc xắc, phân tích chặt miền tổng để nhận diện sự kiện chắc chắn xảy ra.

B. HỆ THỐNG BÀI TẬP TINH TUYỂN & LỜI GIẢI CHI TIẾT

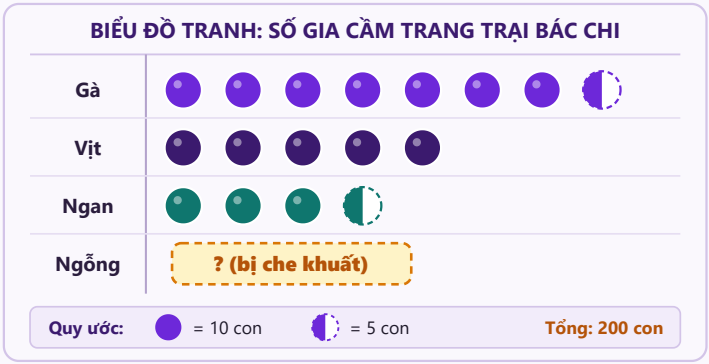
TẦNG 1: CHỐT ĐIỂM 9 – 10 THI TRƯỜNG & KHẢO SÁT (2 BÀI)

Bài 101 Biểu đồ tranh & khôi phục số liệu bị khuyết • Tầng 1 • 9–10đ ★★☆

Biểu đồ tranh dưới đây biểu diễn số lượng bốn loại gia cầm tại trang trại nhà bác Chi (mỗi hình tròn nguyên ứng với 10 con, mỗi nửa hình tròn ứng với 5 con). Do giấy bị nhòe nên số biểu tượng của hàng **Ngỗng** bị che khuất. Biết tổng số gia cầm của trang trại là 200 con.

a) Lập bảng thống kê số lượng từng loại gia cầm và cho biết hàng Ngỗng cần vẽ bao nhiêu hình tròn nguyên?

b) Tính tỉ số phần trăm của số Gà và số Ngỗng so với tổng số gia cầm của trang trại.



(Nguồn: Phát triển từ Đề cuối HK2 Toán 6 năm 2025–2026, Trường THCS Trần Phú (Hải Phòng))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Quan sát biểu đồ tranh với quy ước 1 hình tròn nguyên $=10$ con và nửa hình tròn $=5$ con, ta tính được số lượng ba loại gia cầm đã biết:

- Số con Gà là: $7\cdot 10+5=75$ (con).
- Số con Vịt là: $5\cdot 10=50$ (con).
- Số con Ngan là: $3\cdot 10+5=35$ (con).

Vì tổng số gia cầm của trang trại là 200 con nên số con Ngỗng là:

$$200-(75+50+35)=200-160=40\ (\text{con})$$

Số hình tròn nguyên cần vẽ bổ sung vào hàng Ngỗng là: $40:10=4$ (hình tròn nguyên).

Ta có bảng thống kê số lượng gia cầm của trang trại nhà bác Chi:

Loại gia cầm	Gà	Vịt	Ngan	Ngỗng
Số lượng (con)	75	50	35	40

b) Tỉ số phần trăm của số Gà so với tổng số gia cầm là:

$$\frac{75}{200}\cdot 100\%=37{,}5\%$$

Tỉ số phần trăm của số Ngỗng so với tổng số gia cầm là:

$$\frac{40}{200}\cdot 100\%=20\%$$

Vậy hàng Ngỗng cần vẽ 4 hình tròn nguyên; số Gà chiếm $37{,}5\%$ và số Ngỗng chiếm 20% tổng số gia cầm.

NHẬN XÉT: Sai lầm phổ biến nhất ở biểu đồ tranh là quên quy đổi **nửa biểu tượng** (ở đây là 5 con) hoặc trả lời trực tiếp 40 thay vì số biểu tượng (4) theo yêu cầu đề bài. Luôn kiểm tra lại tổng các số trong bảng thống kê ($75+50+35+40=200$) trước khi tính tỉ số phần trăm.

Bài 107 Xác suất thực nghiệm gieo xúc xắc kết hợp tính chất số học • Tầng 1 • 9–10đ ★★★

Bạn Minh gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối 100 lần liên tiếp và ghi lại kết quả số chấm xuất hiện trong bảng thống kê dưới đây:

Số chấm xuất hiện	1	2	3	4	5	6
Số lần	15	19	16	14	18	18

Hãy tính xác suất thực nghiệm của các sự kiện sau:

a) A: "Xuất hiện mặt có số chấm là số nguyên tố";

b) B: "Xuất hiện mặt có số chấm là số chính phương";

c) C: "Xuất hiện mặt có số chấm chia cho 3 dư 2";

d) D: "Xuất hiện mặt có số chấm không nhỏ hơn 4".

(Nguồn: Tổng hợp từ Đề thi HSG Toán 6 năm 2023–2026: Tam Nông (Phú Thọ), Xuân Tín & Điền Lư (Thanh Hóa))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Tổng số lần gieo xúc xắc là $n=15+19+16+14+18+18=100$ (lần).

a) Trong tập $\{1;2;3;4;5;6\}$, các số nguyên tố là $2;3;5$. Số lần xảy ra sự kiện A là:

$$k_A=19+16+18=53\ (\text{lần}) \implies P(A)=\frac{53}{100}=0{,}53$$

b) Các số chính phương trong tập $\{1;2;3;4;5;6\}$ là $1=1^2$ và $4=2^2$. Số lần xảy ra sự kiện B là:

$$k_B=15+14=29\ (\text{lần}) \implies P(B)=\frac{29}{100}=0{,}29$$

c) Các số chia cho 3 dư 2 trong tập $\{1;2;3;4;5;6\}$ là 2 và 5. Số lần xảy ra sự kiện C là:

$$k_C=19+18=37\ (\text{lần}) \implies P(C)=\frac{37}{100}=0{,}37$$

d) Các số không nhỏ hơn 4 (tức lớn hơn hoặc bằng 4) là $4;5;6$. Số lần xảy ra sự kiện D là:

$$k_D=14+18+18=50\ (\text{lần}) \implies P(D)=\frac{50}{100}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

NHẬN XÉT: Ba bẫy kinh điển học sinh lớp 6 rất hay mắc trong dạng này: (1) tính nhầm số 1 là số nguyên tố (1 **không phải** số nguyên tố); (2) bỏ sót $1=1^2$ khi tìm số chính phương; (3) bỏ sót số 2 khi tìm số chia cho 3 dư 2 (vì $2=3\cdot 0+2$).

TẦNG 2: VƯƠN TẦM HỌC SINH GIỎI QUẬN/HUYỆN & CLC (1 BÀI)

Bài 113 Bài toán ngược gieo thêm x lần xúc xắc • Tầng 2 • HSG ★★★★

Bạn An gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối 100 lần và ghi lại kết quả trong bảng sau:

Mặt (số chấm)	1	2	3	4	5	6
Số lần xuất hiện	17	18	15	14	16	20

a) Tính xác suất thực nghiệm của sự kiện "Gieo được mặt có số chấm là số nguyên tố" sau 100 lần gieo.

b) An gieo xúc xắc thêm x lần nữa và đếm được trong x lần gieo thêm đó có đúng 8 lần xuất hiện mặt có số chấm chẵn. Tìm x để sau tổng cộng $100 + x$ lần gieo, xác suất thực nghiệm của sự kiện "Xuất hiện mặt chẵn" đúng bằng 50%.

c) Giả sử thay vì câu b), sau 100 lần đầu An gieo thêm y lần và **tất cả** y lần gieo thêm đều xuất hiện mặt có số chấm chẵn, khi đó xác suất thực nghiệm của sự kiện "Xuất hiện mặt chẵn" bằng $\dfrac{11}{19}$. Tìm y.

(Nguồn: Phát triển từ Đề giao lưu HSNK Toán 6 năm 2025–2026, Xã Như Thanh & Xã Quảng Ngọc (Thanh Hóa))

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Các mặt có số chấm là số nguyên tố là $2; 3; 5$. Số lần xuất hiện là: $18 + 15 + 16 = 49$ (lần).

Xác suất thực nghiệm của sự kiện "Xuất hiện mặt số nguyên tố" sau 100 lần gieo là $\dfrac{49}{100} = 0{,}49$.

b) Trong 100 lần gieo đầu tiên, các mặt có số chấm chẵn là $2; 4; 6$, nên số lần xuất hiện mặt chẵn là:

$$18 + 14 + 20 = 52 \text{ (lần)}$$

Khi gieo thêm x lần ($x \in \mathbb{N}, x \geq 8$) và có thêm 8 lần xuất hiện mặt chẵn thì:

- Tổng số lần gieo là $100 + x$.
- Tổng số lần xuất hiện mặt chẵn là $52 + 8 = 60$.

Theo giả thiết, xác suất thực nghiệm mới bằng $50\% = \dfrac{1}{2}$, nên ta có:

$$\frac{60}{100 + x} = \frac{1}{2} \implies 100 + x = 60 \cdot 2 = 120 \implies x = 20$$

Giá trị $x = 20$ thỏa mãn $x \in \mathbb{N}$ và $x \geq 8$.

c) Nếu gieo thêm y lần ($y \in \mathbb{N}^*$) và cả y lần đều ra mặt chẵn thì tổng số lần xuất hiện mặt chẵn là $52 + y$ trên tổng số $100 + y$ lần gieo. Theo đề bài:

$$\frac{52 + y}{100 + y} = \frac{11}{19}$$

Nhân chéo hai phân số bằng nhau:

$$19(52 + y) = 11(100 + y) \implies 988 + 19y = 1100 + 11y \implies 8y = 112 \implies y = 14$$

Vậy $x = 20$ ở câu b) và $y = 14$ ở câu c).

NHẬN XÉT: Ở câu c), một cách giải không cần nhân chéo phức tạp là nhận xét **hiệu giữa mẫu số và tử số không đổi** (vì cả tử và mẫu đều cộng thêm y, chính là số lần mặt lẻ cố định $100 - 52 = 48$ lần): ở phân số $\dfrac{11}{19}$, hiệu mẫu trừ tử là $19 - 11 = 8$ phần ứng với 48 lần $\implies$ 1 phần $= 6$ lần $\implies$ mẫu mới là $19 \cdot 6 = 114$ $\implies$ $y = 114 - 100 = 14$!

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN TƯƠNG TỰ — ĐỔI SỐ & BIẾN THỂ (3 BÀI)

Bài tự luyện 5.1. (Tương tự Bài 101) Một biểu đồ tranh thống kê số cây xanh bốn lớp khối 6 trồng được (mỗi biểu tượng ứng với 8 cây, nửa biểu tượng ứng với 4 cây). Biết lớp 6A vẽ 5,5 biểu tượng, lớp 6B vẽ 4,5 biểu tượng, lớp 6C vẽ 6 biểu tượng, lớp 6D bị khuyết và tổng số cây của bốn lớp là 160 cây. Hỏi lớp 6D cần vẽ bao nhiêu biểu tượng và chiếm bao nhiêu phần trăm tổng số cây?

Bài tự luyện 5.2. (Tương tự Bài 102) Số bánh mì một tiệm bánh bán được trong 5 ngày từ Thứ Hai đến Thứ Sáu lần lượt là 40; 52; 48; 60; 50 chiếc. Tính trung bình mỗi ngày tiệm bán bao nhiêu chiếc bánh và ngày bán nhiều nhất nhiều hơn ngày bán ít nhất bao nhiêu phần trăm (so với ngày ít nhất)?

Bài tự luyện 5.3. (Tương tự Bài 103) Số học sinh đạt giải hai môn Toán và Tin học của bốn lớp khối 6 là: 6A (Toán 10, Tin 8), 6B (Toán 14, Tin 10), 6C (Toán 8, Tin 14), 6D (Toán 8, Tin 8). Hỏi lớp nào có chênh lệch số giải giữa hai môn lớn nhất và số giải Toán của lớp 6B chiếm bao nhiêu phần trăm tổng số giải Toán cả bốn lớp?

ĐÁP SỐ & HƯỚNG DẪN VẮN TẮT — CHUYÊN ĐỀ 5

Bài	Đáp số / Kết luận	Hướng dẫn mấu chốt
Bài 5.1	**Lớp 6D trồng 32 cây (vẽ 4 biểu tượng), chiếm 20% tổng số cây.**	Tính số cây của 6A (44), 6B (36), 6C (48), lấy 160 trừ tổng ba lớp rồi chia cho 8 để tìm số biểu tượng.
Bài 5.2	**Trung bình 50 chiếc/ngày; ngày nhiều nhất hơn ngày ít nhất 50%.**	Tổng 5 ngày là 250 chiếc; so sánh ngày cao nhất (60) với ngày thấp nhất (40) theo mốc 40.
Bài 5.3	**Lớp 6C chênh lệch lớn nhất (6 em); Toán lớp 6B chiếm 35% tổng số giải Toán.**	Tính tổng giải Toán của 4 lớp (40) và độ chênh lệch ở từng lớp: 2; 4; 6; 0.

HỌC CÙNG THẦY THẾ ANH & TRỌN BỘ 5 QUYỂN TOÁN 6

ĐẶT NHẬN BẢN ĐẦY ĐỦ QUYỂN 4 (105 TRANG A4 • TRỌN BỘ 200 BÀI)

Bản đầy đủ gồm **120 bài tinh tuyển giải chi tiết** + **80 bài tự luyện đổi số** kèm Đáp số & Hướng dẫn, kiểm định SymPy 100%.

Nhắn tin trực tiếp qua **Zalo 0986 683 218** với mã sách: **T6Q4** (hoặc quét mã QR bên dưới)!

ĐÃ HOÀN THIỆN TRỌN BỘ 5 QUYỂN "CHINH PHỤC ĐIỂM 9–10 & HSG TOÁN 6"

- **Quyển 1:** Số học nâng cao, Lũy thừa & Chia hết *(180 + 180 = 360 bài — Đã xuất bản)*.
- **Quyển 2:** Phân số nâng cao, Tổng dãy quy luật & Bất đẳng thức *(150 + 150 = 300 bài — Đã xuất bản)*.
- **Quyển 3:** Hình học trực quan thực tế & Hình học phẳng nâng cao *(150 + 100 = 250 bài — Đã xuất bản)*.
- **Quyển 4:** Toán thực tế VDC, Tổ hợp – Dirichlet – Logic & Xác suất *(120 + 80 = 200 bài — Đã xuất bản)*.
- **Quyển 5:** 30 Đề thi Học sinh giỏi Toán 6 chọn lọc chuẩn GDPT 2018 *(150 bài tự luận — Đã xuất bản)*.

BIÊN SOẠN & BẢN QUYỀN

Thầy Thế Anh (ThS. Nguyễn Thế Anh)

Điện thoại / Zalo: **0986 683 218**

Website: **thaytheanh.com** • **vipstudy.vn**

Quét mã QR để nhắn Zalo cho thầy, đăng kí học thử hoặc tham gia Nhóm học tập Toán THCS – hỏi đáp bài tập & nhận bộ đề HSG mới nhất.

Zalo Thầy Thế Anh
0986 683 218

Nhóm học tập Zalo
Quét để tham gia

© Bản quyền biên soạn thuộc về **Thầy Thế Anh (ThS. Nguyễn Thế Anh)** • thaytheanh.com • vipstudy.vn
Toàn bộ 200 bài đã qua kiểm định toán học tự động (SymPy 200/200 PASS).